

“Les matemàtiques són un excel·lent company de viatge. No surti de casa sense elles.”

Claudi Alsina

Entrevista al bloc Matemàtiques y sus fronteras, 2012



mmaca
tarragona

Puzzle de Lott, Sphinx o tangram de Van Hiele



Puzzle de Lott, Sphinx o tangram de Van Hiele

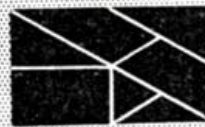


'Arfa mo, Adolf —
I must finish No.62!

LOTT'S STONE PUZZLES

Just the thing for blackout evenings! Things are never dull with a Lott's stone puzzle in the house. Here's an idea. Everybody has a puzzle and one of the 105 problems is chosen. Then whoever solves it first is the winner. It's exciting—try it! Price 1/- each at Toy Shops—or through all branches of W. H. Smith & Son Ltd.

COULD YOU ARRANGE
THESE BRICKS



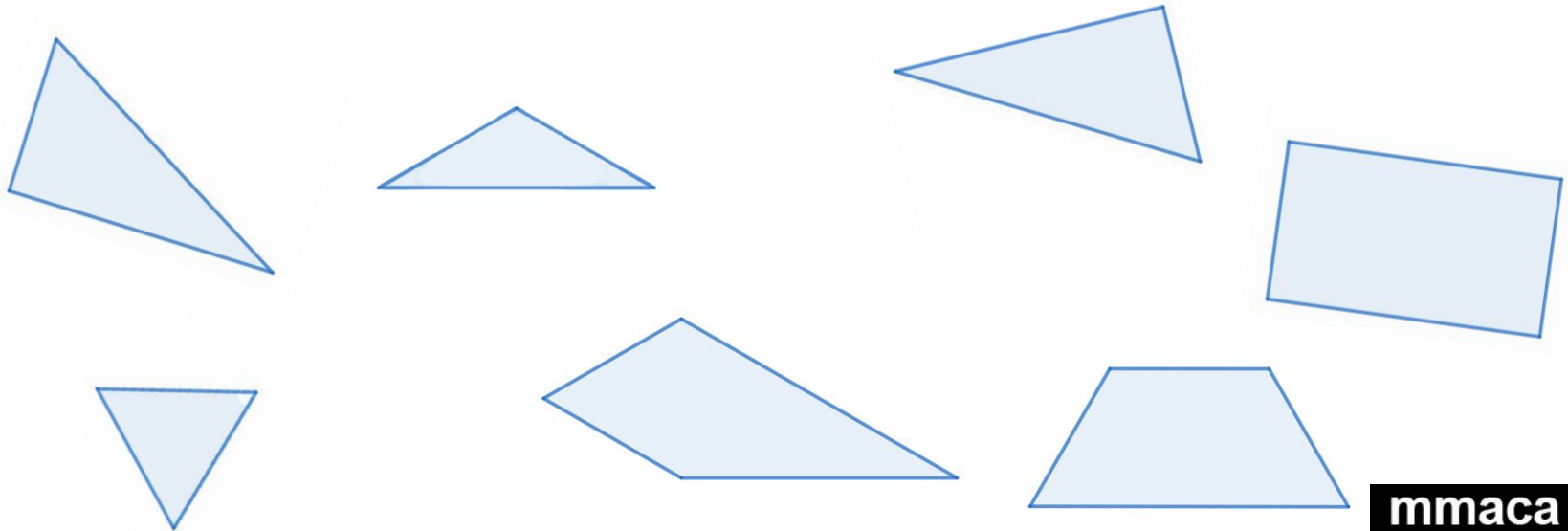
LIKE THIS



BUY A LOTT'S STONE
PUZZLE Price 1/-

And try the 104 other
problems given

Com podem saber la superfície de cada peça si només disposem de les peces mateixes?



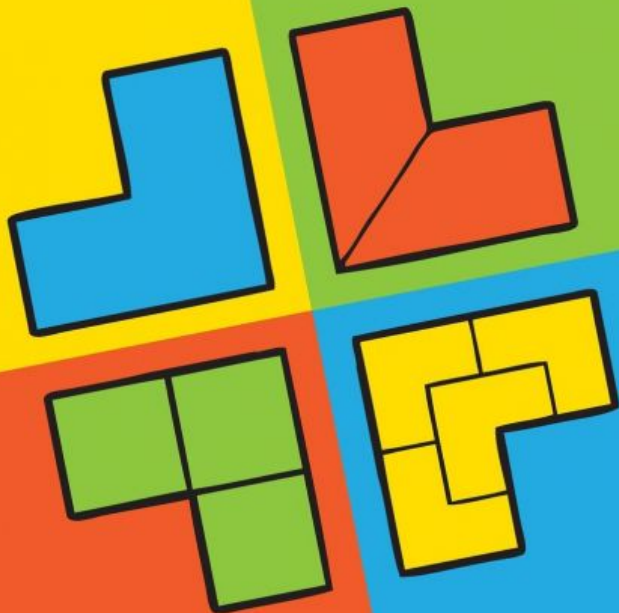
"És molt millor resoldre un problema de cinc maneres diferents, que resoldre cinc problemes d'una sola manera"

George Polya



Avoid Hard Work!

...AND OTHER ENCOURAGING MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING TIPS
FOR THE YOUNG, THE VERY YOUNG, AND THE YOUNG AT HEART

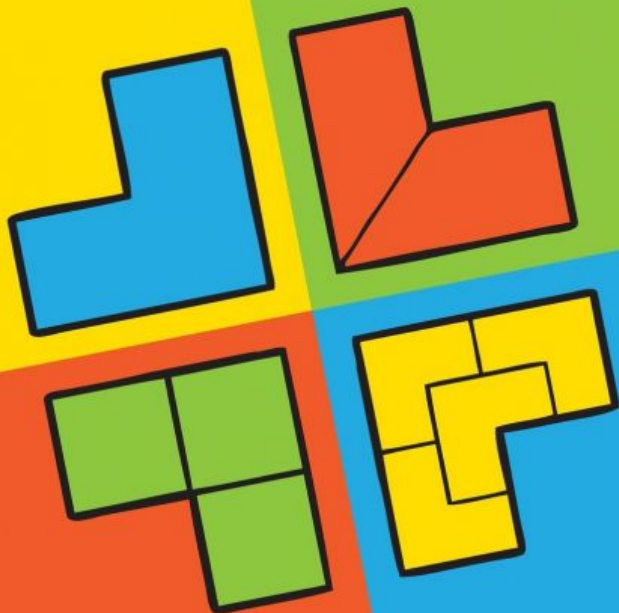


BY MARIA DROUJKOVA, JAMES TANTON, AND YELENA McMANAMAN

mmaca
tarragona

AVOID HARD WORK!

...AND OTHER ENCOURAGING MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING TIPS
FOR THE YOUNG, THE VERY YOUNG, AND THE YOUNG AT HEART



BY MARIA DROUJKOVA, JAMES TANTON, AND YELENA McMANAMAN

FES ALGUNA COSA!

mmaca
tarragona

Comparem?

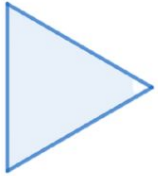
Comparem?



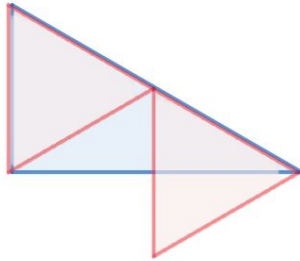
mmaca
tarragona

Comparem? El triangle equilàter com a unitat de mesura

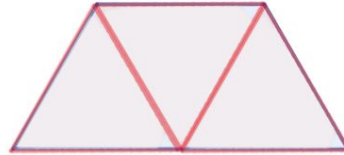
1 triangle equilàter de superfície



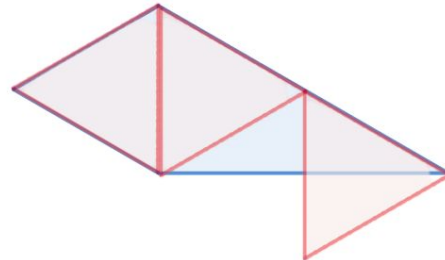
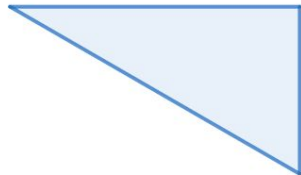
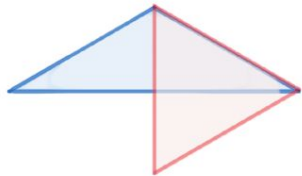
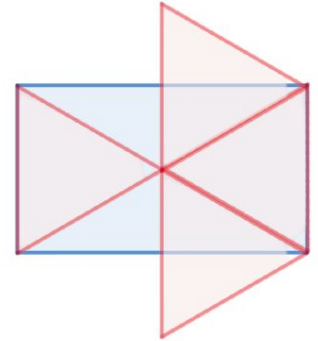
2 triangles equilàters de superfície



3 triangles equilàters de superfície

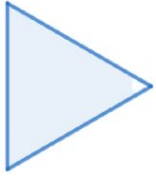


4 triangles equilàters de superfície

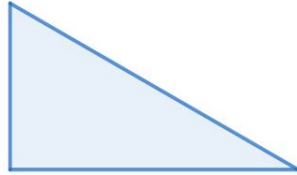


Comparem? El triangle equilàter com a unitat de mesura

1 triangle equilàter de superfície



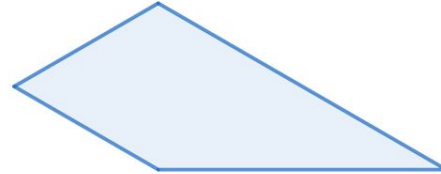
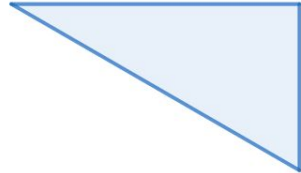
2 triangles equilàters de superfície



3 triangles equilàters de superfície



4 triangles equilàters de superfície





Però...

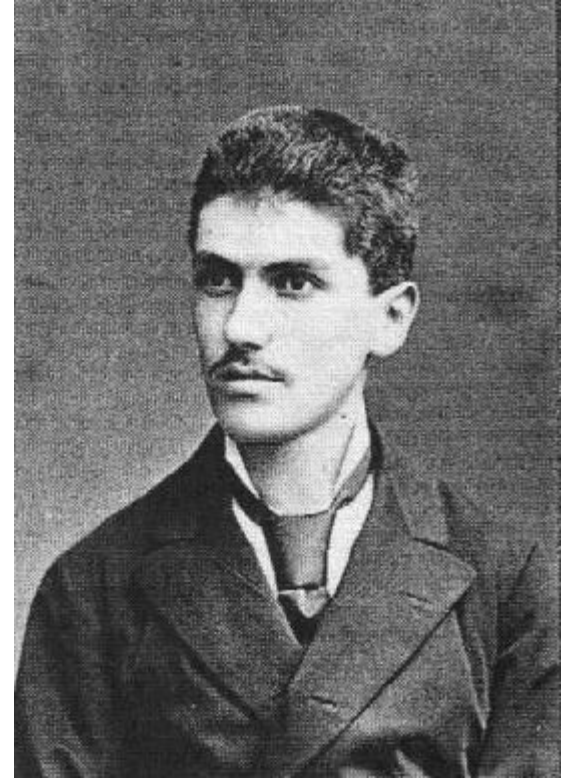
**si volem unitats de mesura
convencionals, què fem?**

Comptar en lloc de mesurar!



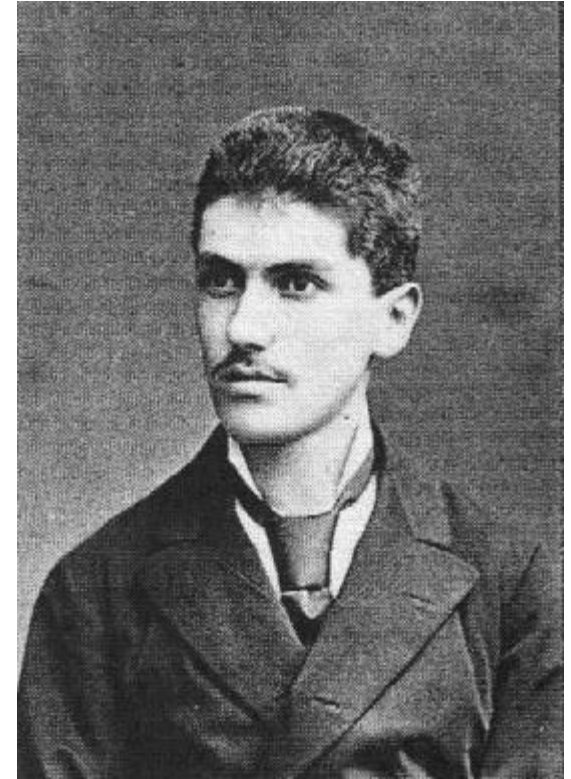
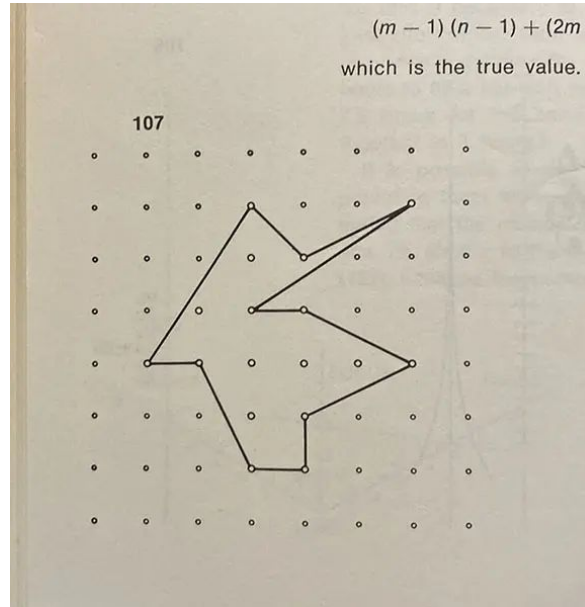
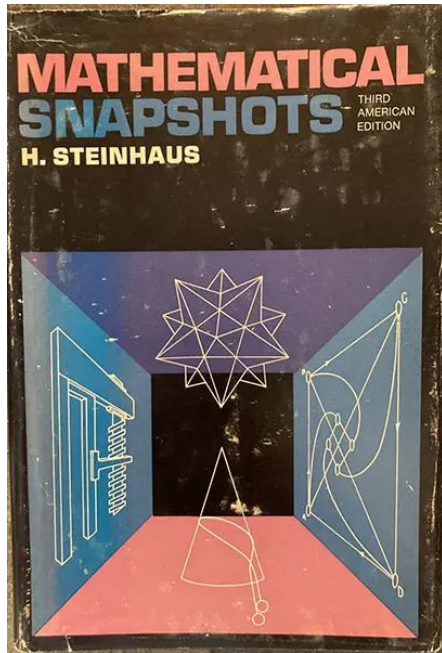
Georg Alexander Pick

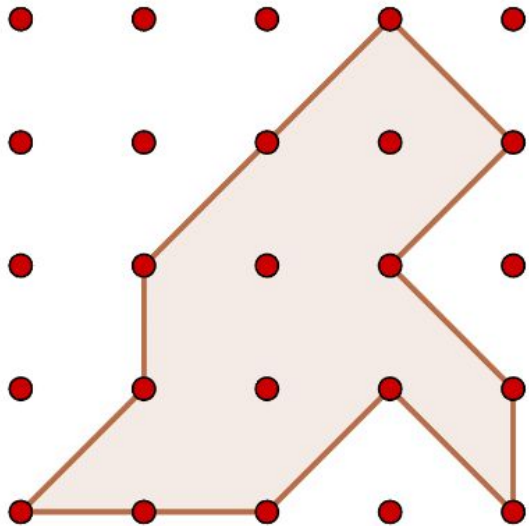
(Viena, 10 d'agost de 1859 - Theresienstadt, 26 de juliol de 1942)



Georg Alexander Pick

(Viena, 10 d'agost de 1859 - Theresienstadt, 26 de juliol de 1942)

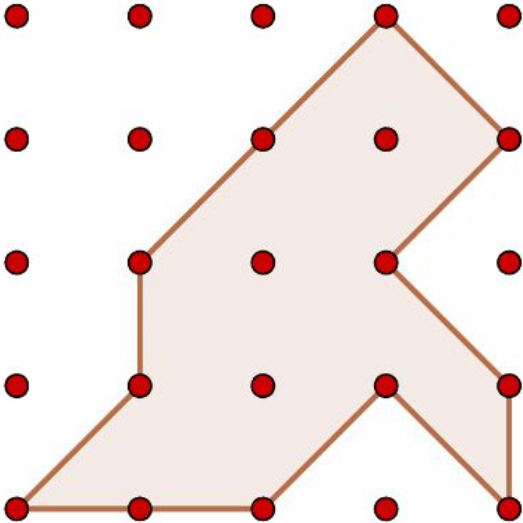




Fórmula de Pick

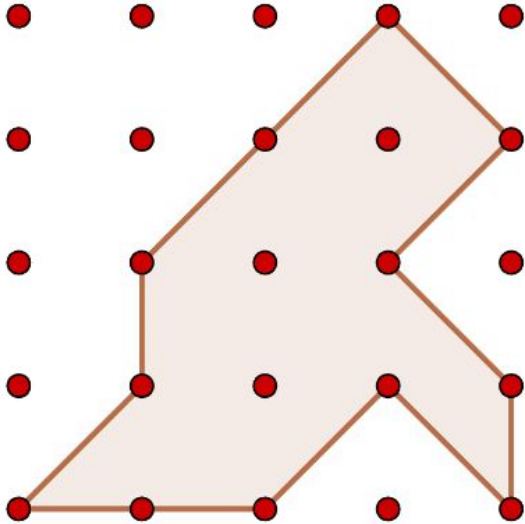
I (Nombre de punts interiors)

C (Nombre de punts que estan al contorn)



$$A = \frac{C}{2} + I - 1$$

Fórmula de Pick



I (Nombre de punts interiors)

C (Nombre de punts que estan al contorn)

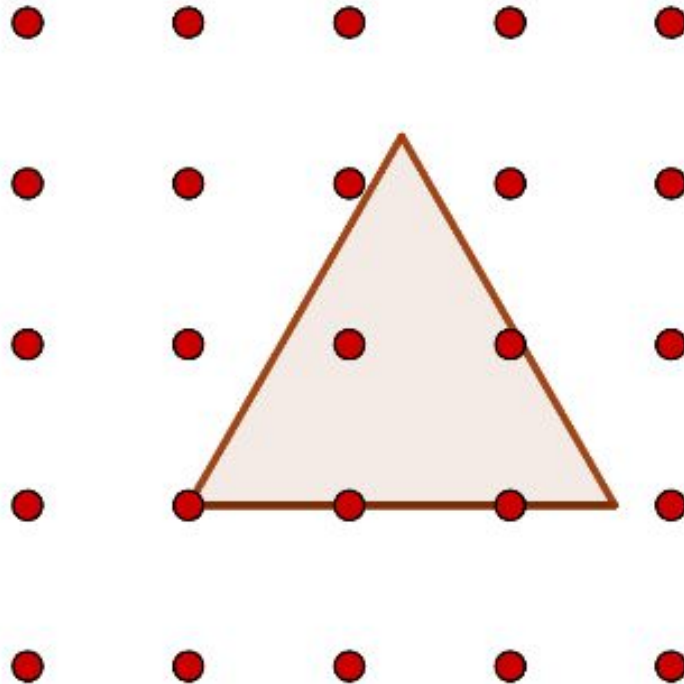
$$A = \frac{C}{2} + I - 1$$

$$A = \frac{12}{2} + 3 - 1 = 8 \text{ dm}^2$$



**Ho apliquem al nostre
triangle?**

Tenim un problema..

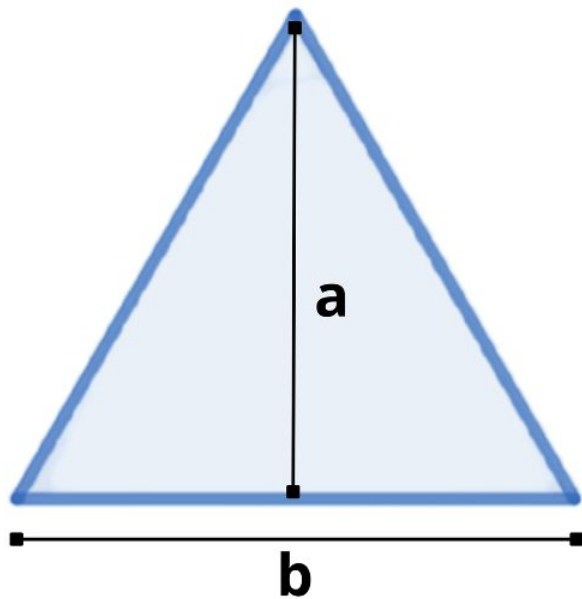


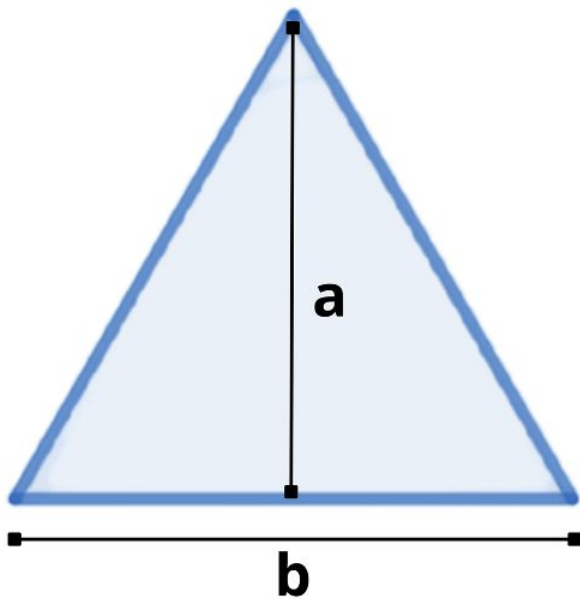
Què està passant?

Fórmula de Pick I (Nombre de punts interiors)

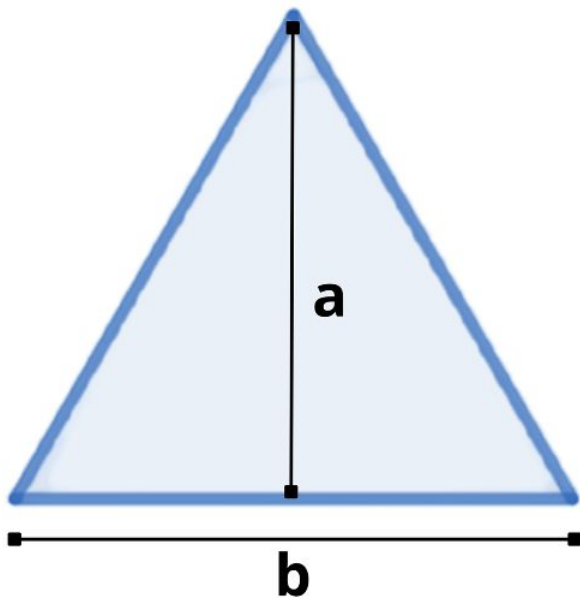
C (Nombre de punts que estan al contorn)

$$A = \frac{C}{2} + I - 1$$



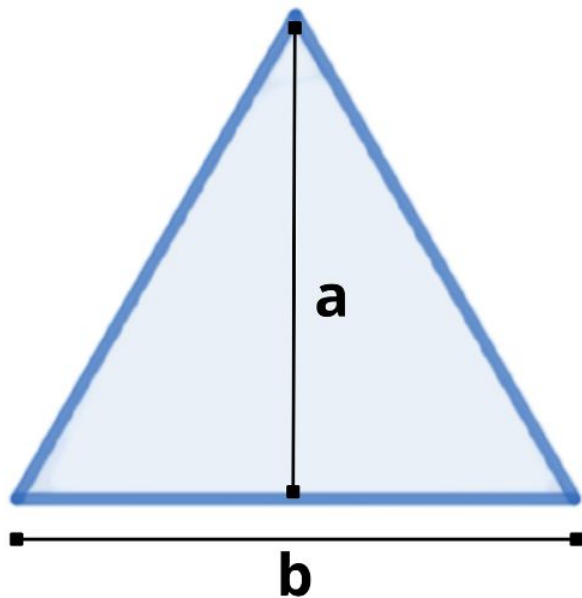


$$b^2 = a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$



$$b^2 = a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$a^2 = \frac{3b^2}{4}, \quad a = \frac{\sqrt{3}b}{2}$$

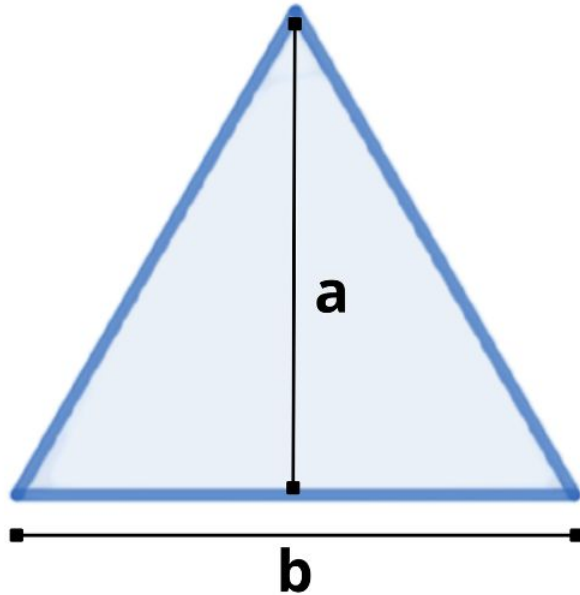


$$b^2 = a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$a^2 = \frac{3b^2}{4}, \quad a = \frac{\sqrt{3}b}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{\sqrt{3} b^2}{4}$$

Universos diferents



$$b^2 = a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$a^2 = \frac{3b^2}{4}, \quad a = \frac{\sqrt{3}b}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{\sqrt{3} b^2}{4}$$



Avui és 7 de maig

I un 7 de maig de 1824...

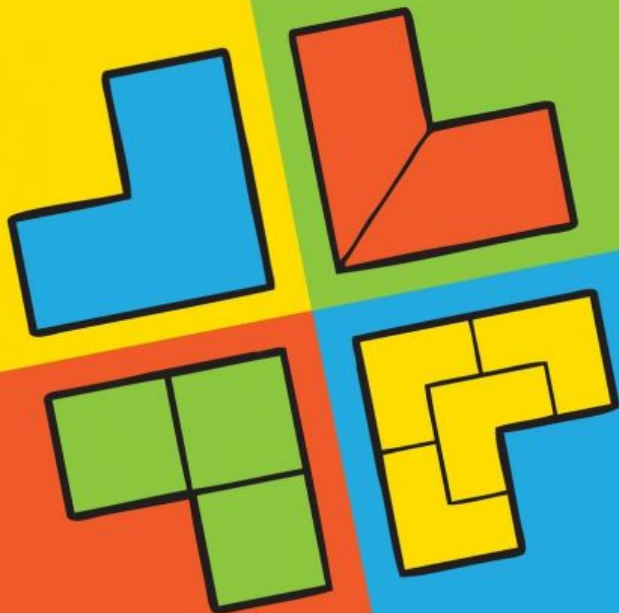
Avui és 7 de maig

I un 7 de maig de 1824...



Avoid Hard Work!

...AND OTHER ENCOURAGING MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING TIPS
FOR THE YOUNG, THE VERY YOUNG, AND THE YOUNG AT HEART

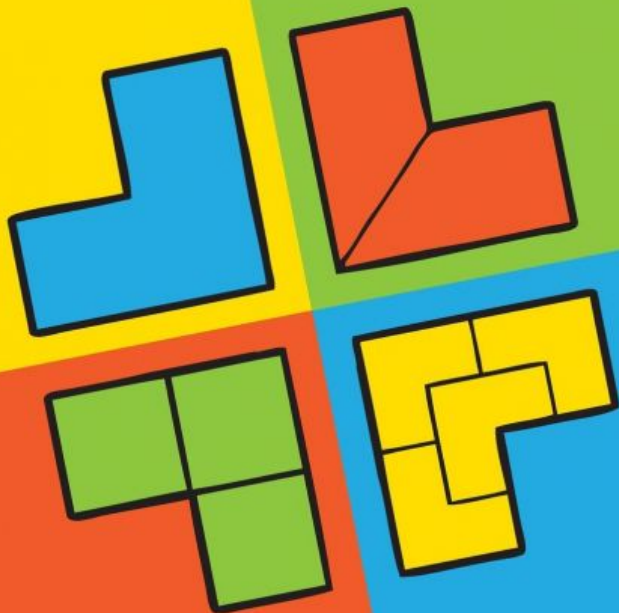


BY MARIA DROUJKOVA, JAMES TANTON, AND YELENA McMANAMAN

mmaca
tarragona

Avoid Hard Work!

...AND OTHER ENCOURAGING MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING TIPS
FOR THE YOUNG, THE VERY YOUNG, AND THE YOUNG AT HEART

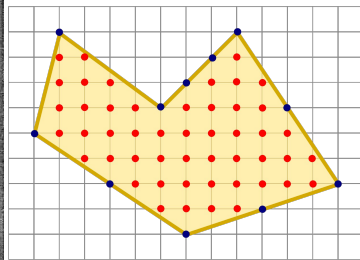
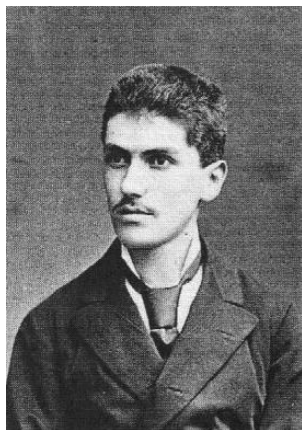


BY MARIA DROUJKOVA, JAMES TANTON, AND YELENA McMANAMAN

LA PERSEVERANÇA ÉS LA CLAU!

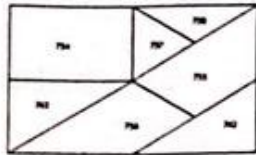
mmaca
tarragona

1899



The Sphinx

The Sphinx Puzzle was one of the many puzzles produced and marketed by the Richter company in Germany. The earliest known example dates from **September, 1899.** The puzzle was later produced under license by the Lotts Brick Company, in England, who marketed it under the name Butterfly Puzzle. During the early years of World War 1, British troops found this puzzle to be an ideal way of passing the long, often boring hours spent in the trenches. The same puzzle, Richter's Sphinx Puzzle, was used by the German troops to while away their time.



The dissection for the Sphinx puzzle. Follow the general instructions on page 28.

Above right: Here we have two identical puzzles marketed under different names. On the right is Richter's original Sphinx Puzzle together with its accompanying solution booklet. On the far right is the same puzzle produced under license by Lotts Brick Co. in England and marketed under the name of the Butterfly Puzzle.

The advertisement on the right appeared in

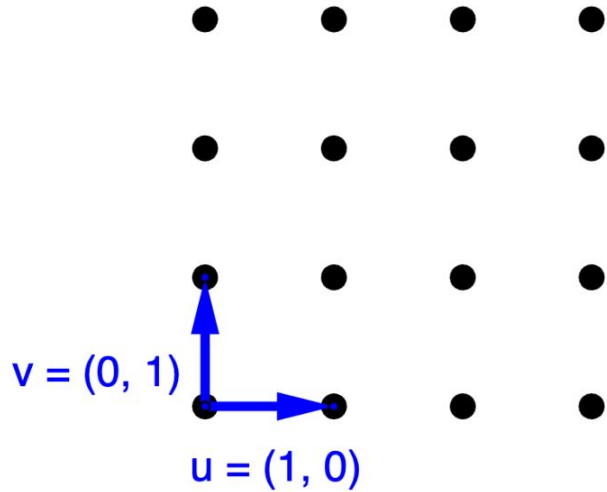


Not only the Sphinx Puzzle, but all the other Anchor Stone Puzzles became very popular among the German

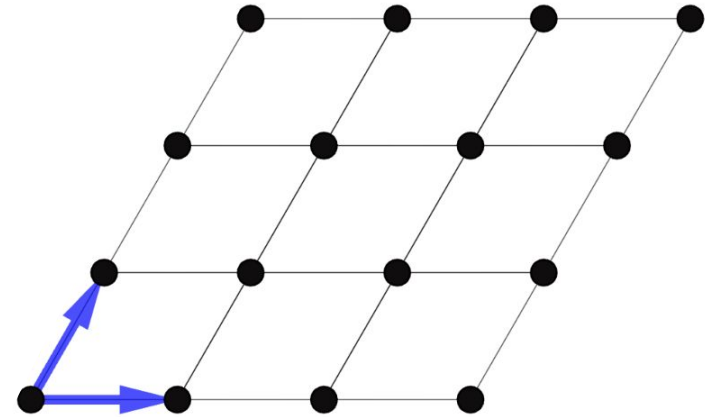
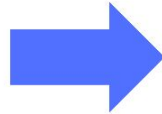
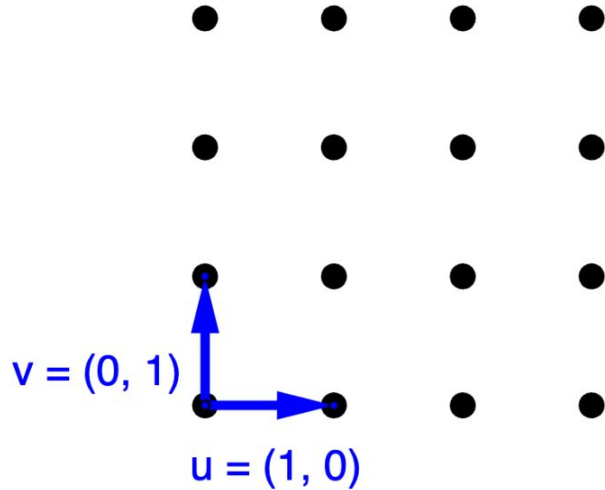
mmaca
tarragona

Canvi de mirada, canvi de trama

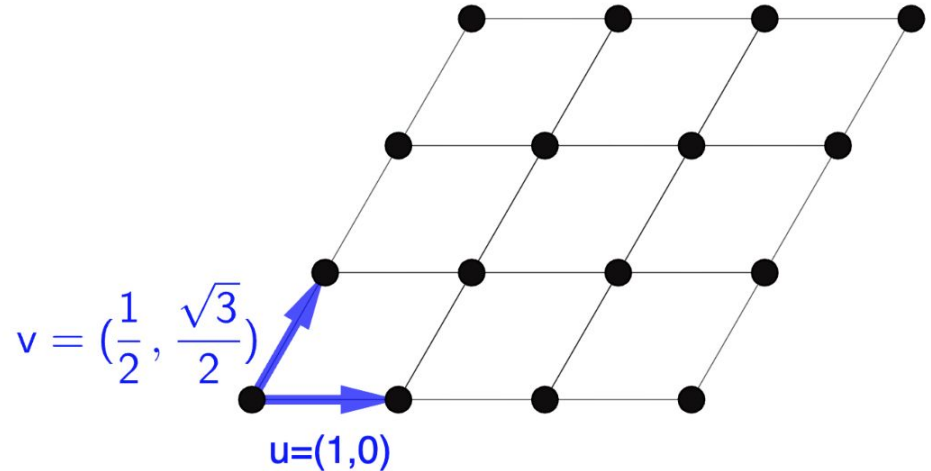
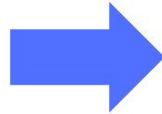
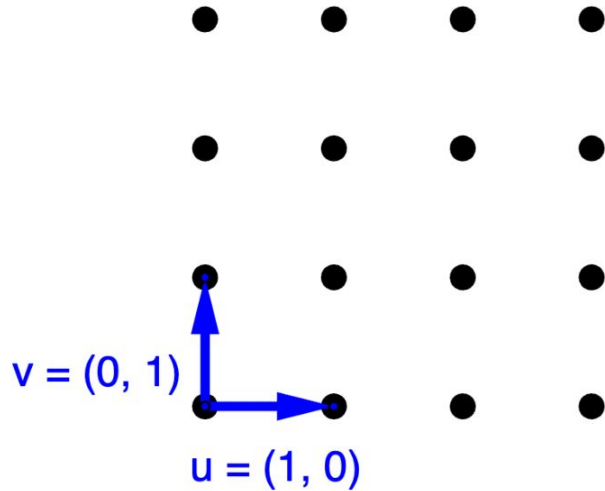
Canvi de mirada, canvi de trama



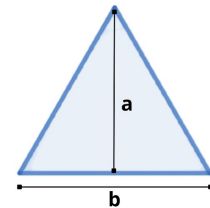
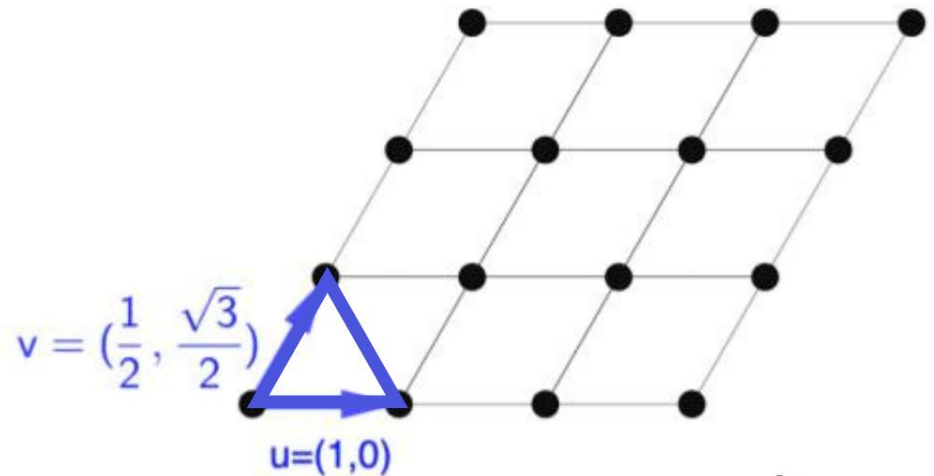
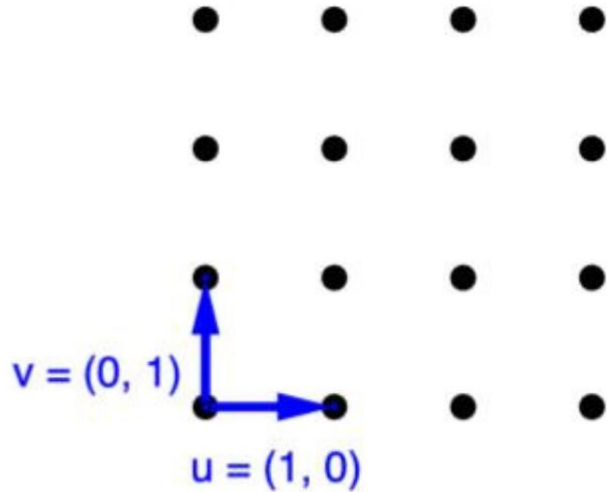
Canvi de mirada, canvi de trama



Canvi de mirada, canvi de trama

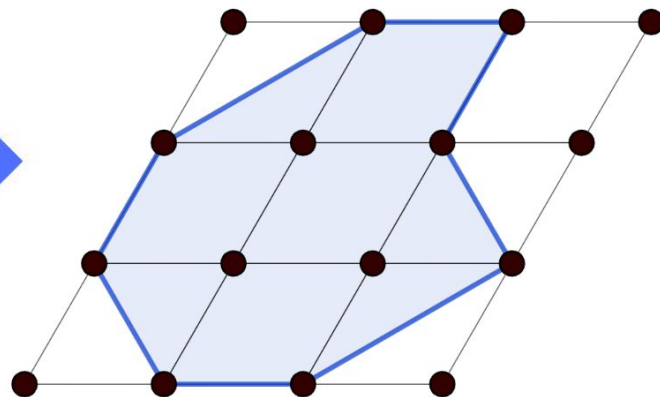
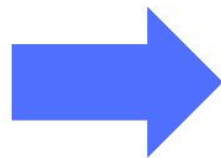
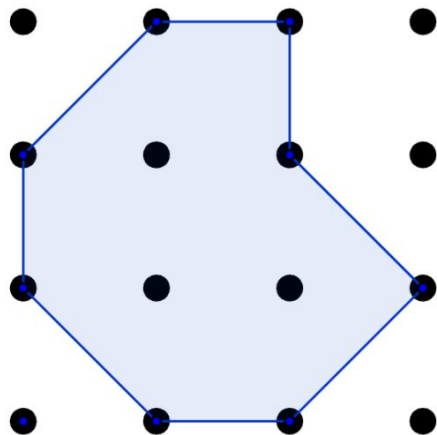


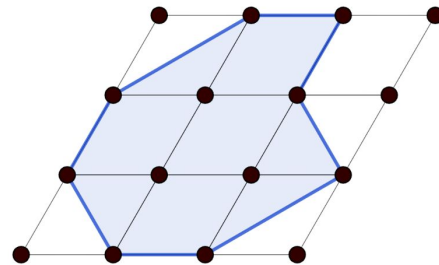
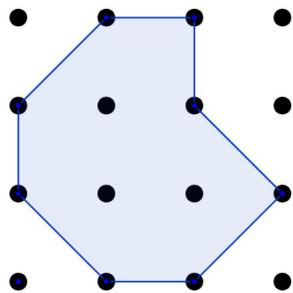
Canvi de mirada, canvi de trama

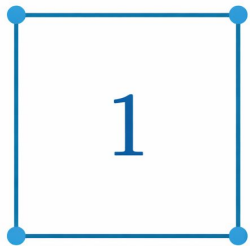
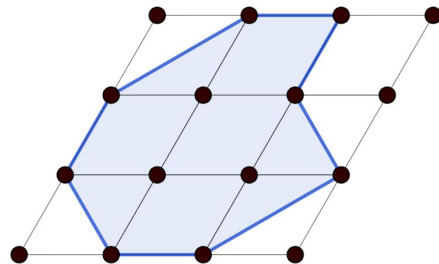
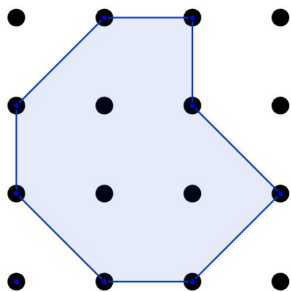


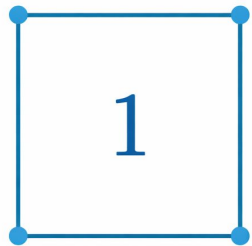
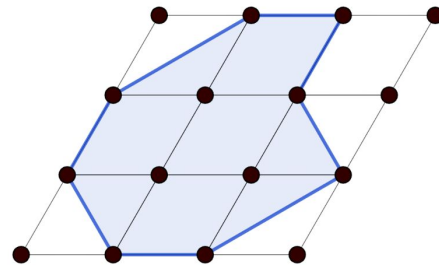
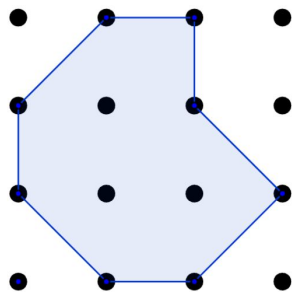
$$a = \frac{\sqrt{3}b}{2}$$

mmaca
tarragona

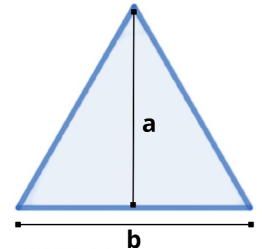
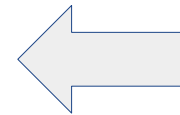
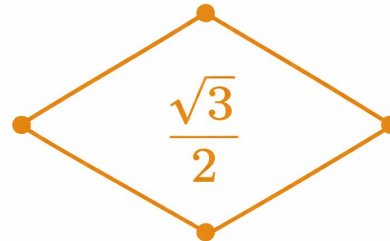
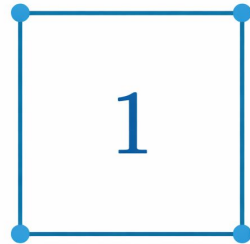
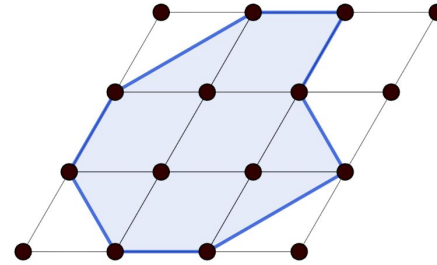
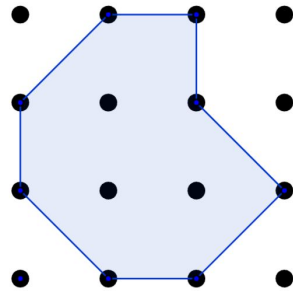








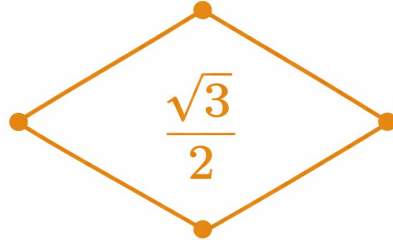
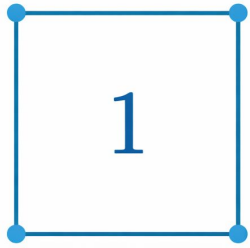
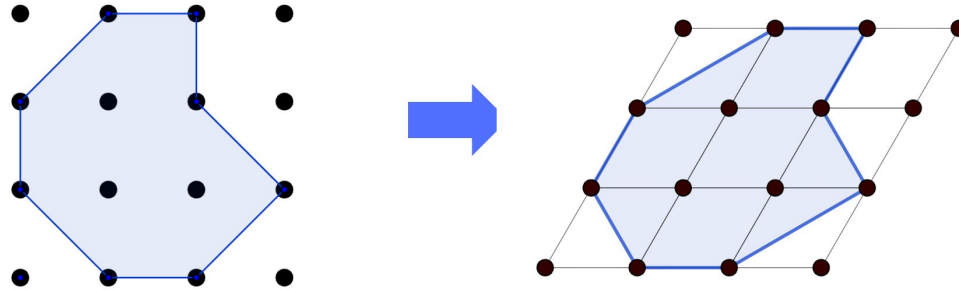
Ja ho tenim!



$$\frac{\sqrt{3} b^2}{4}$$

mmaca
tarragona

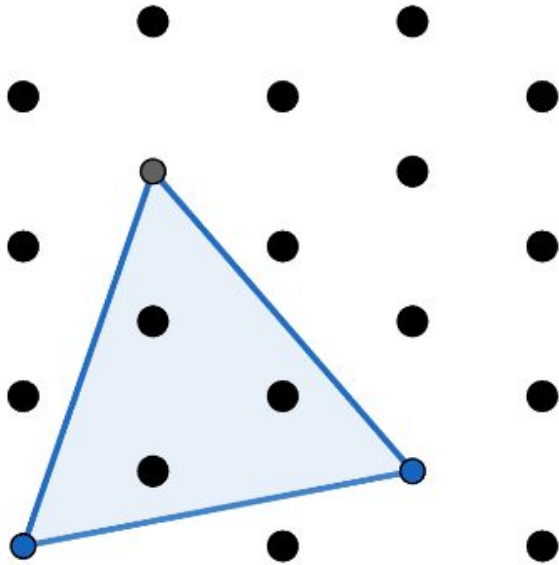
Ja ho tenim!



$$A = \left(\frac{C}{2} + I - 1 \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

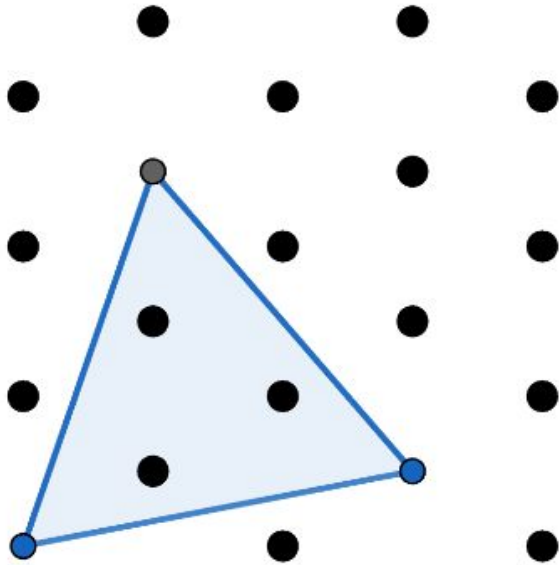
Ja ho tenim!

$$A = \left(\frac{C}{2} + I - 1 \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

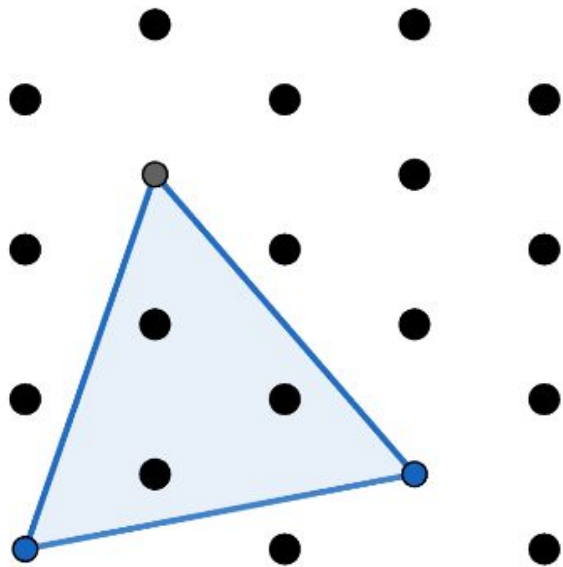


Ja ho tenim!

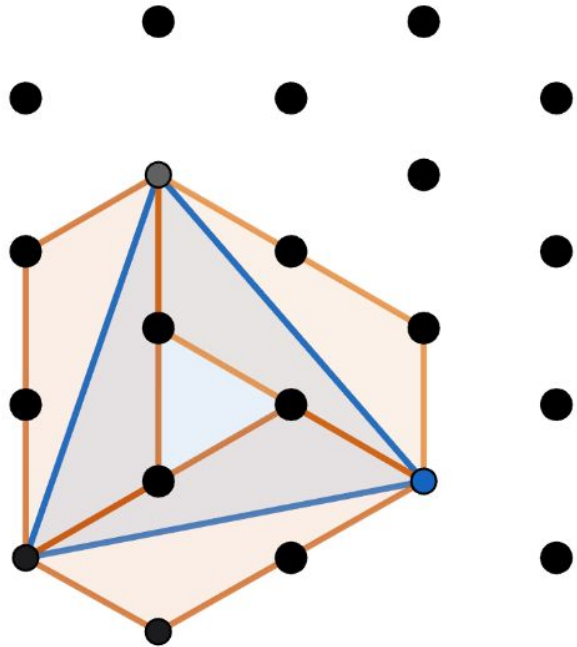
$$A = \left(\frac{C}{2} + I - 1 \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$



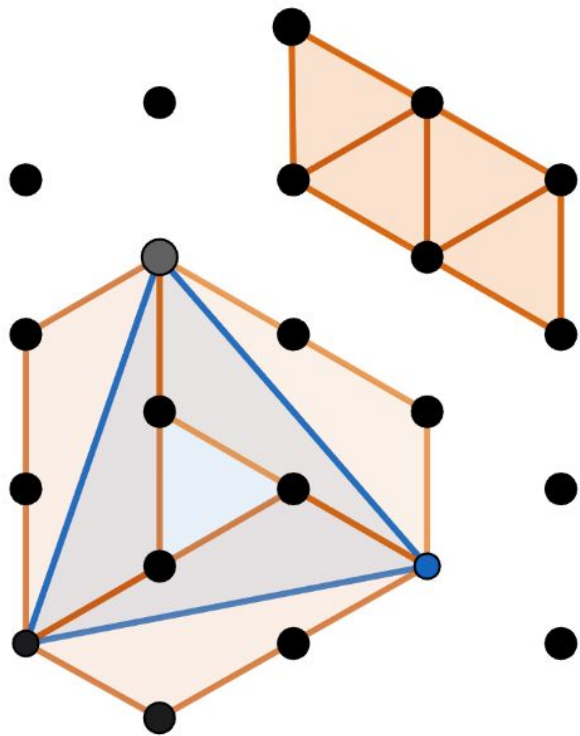
$$A = \left(\frac{3}{2} + 3 - 1 \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3,03 \text{ dm}^2$$



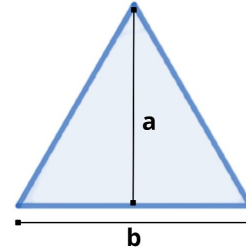
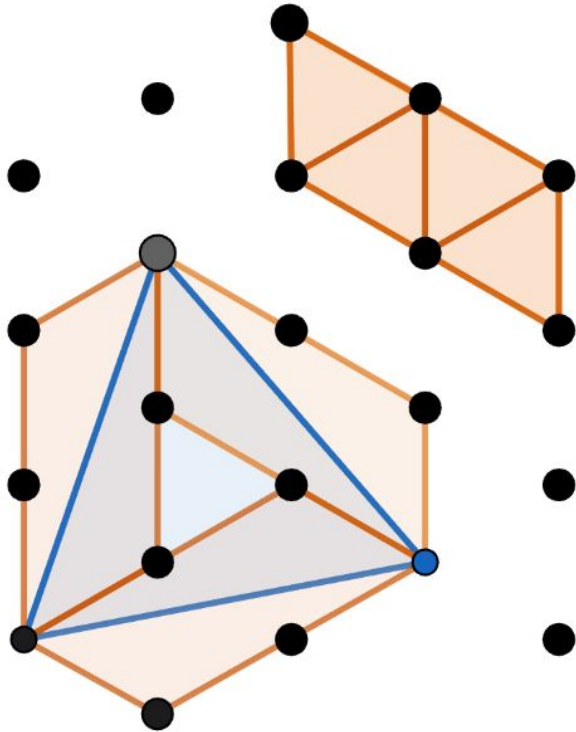
mmaca
tarragona



mmaca
tarragona

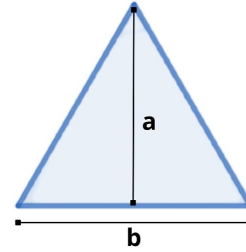
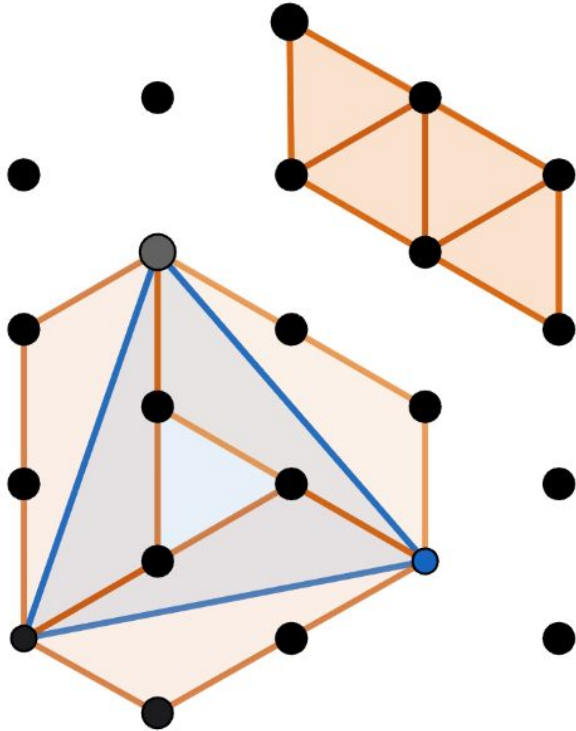


mmaca
tarragona



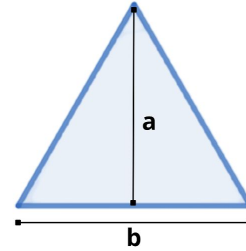
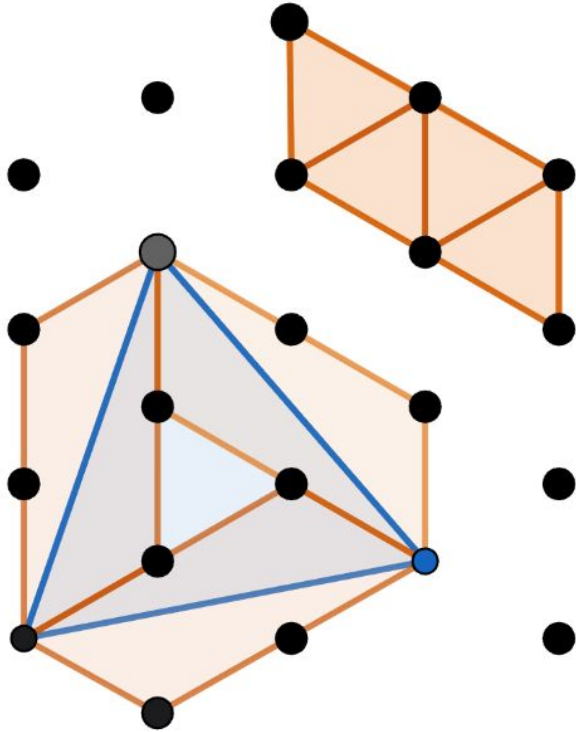
$$\frac{\sqrt{3} b^2}{4}$$

mmaca
tarragona



$$\frac{\sqrt{3} b^2}{4}$$

$$A_{\text{triangle unitat}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$



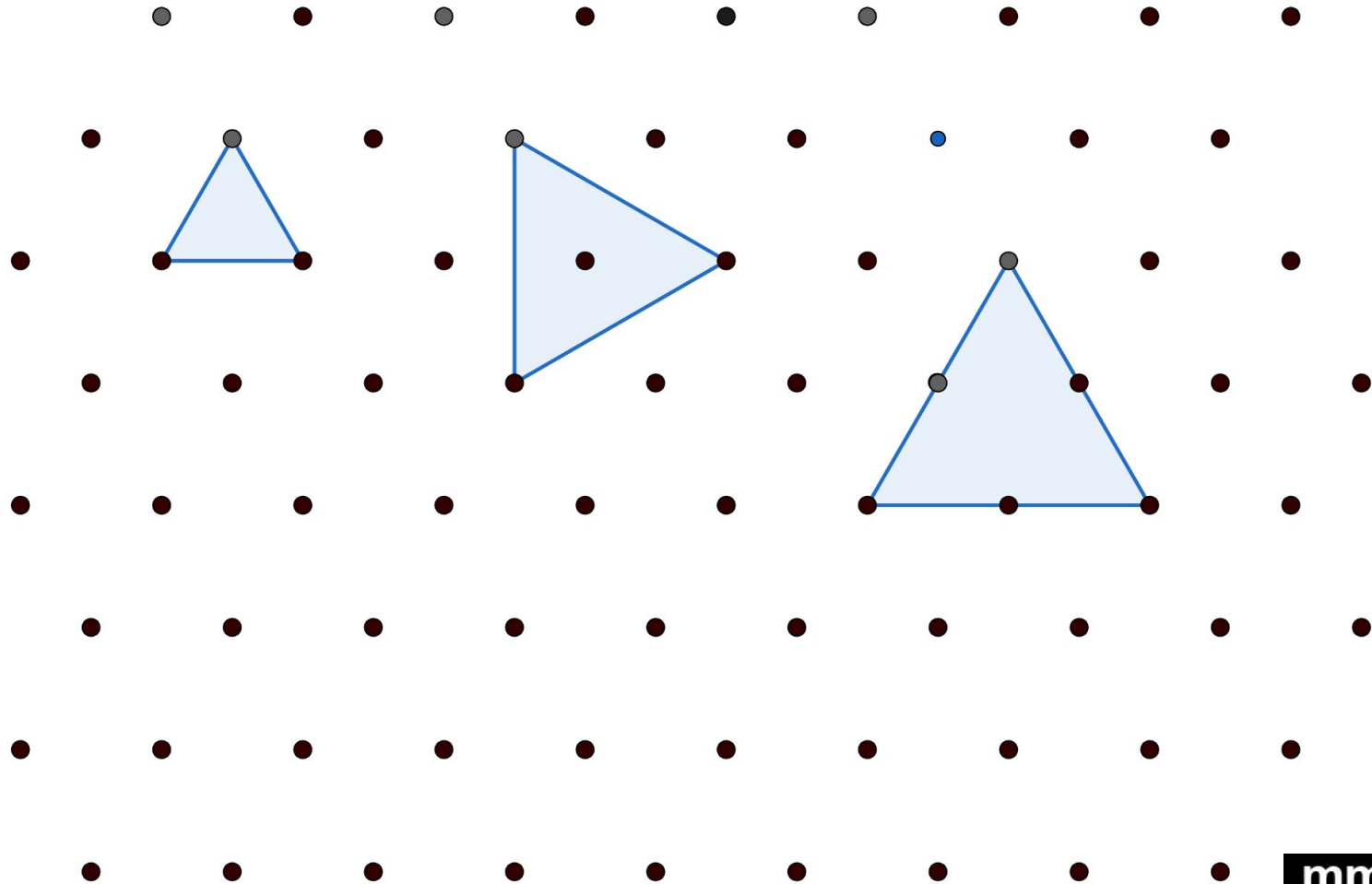
$$\frac{\sqrt{3} b^2}{4}$$

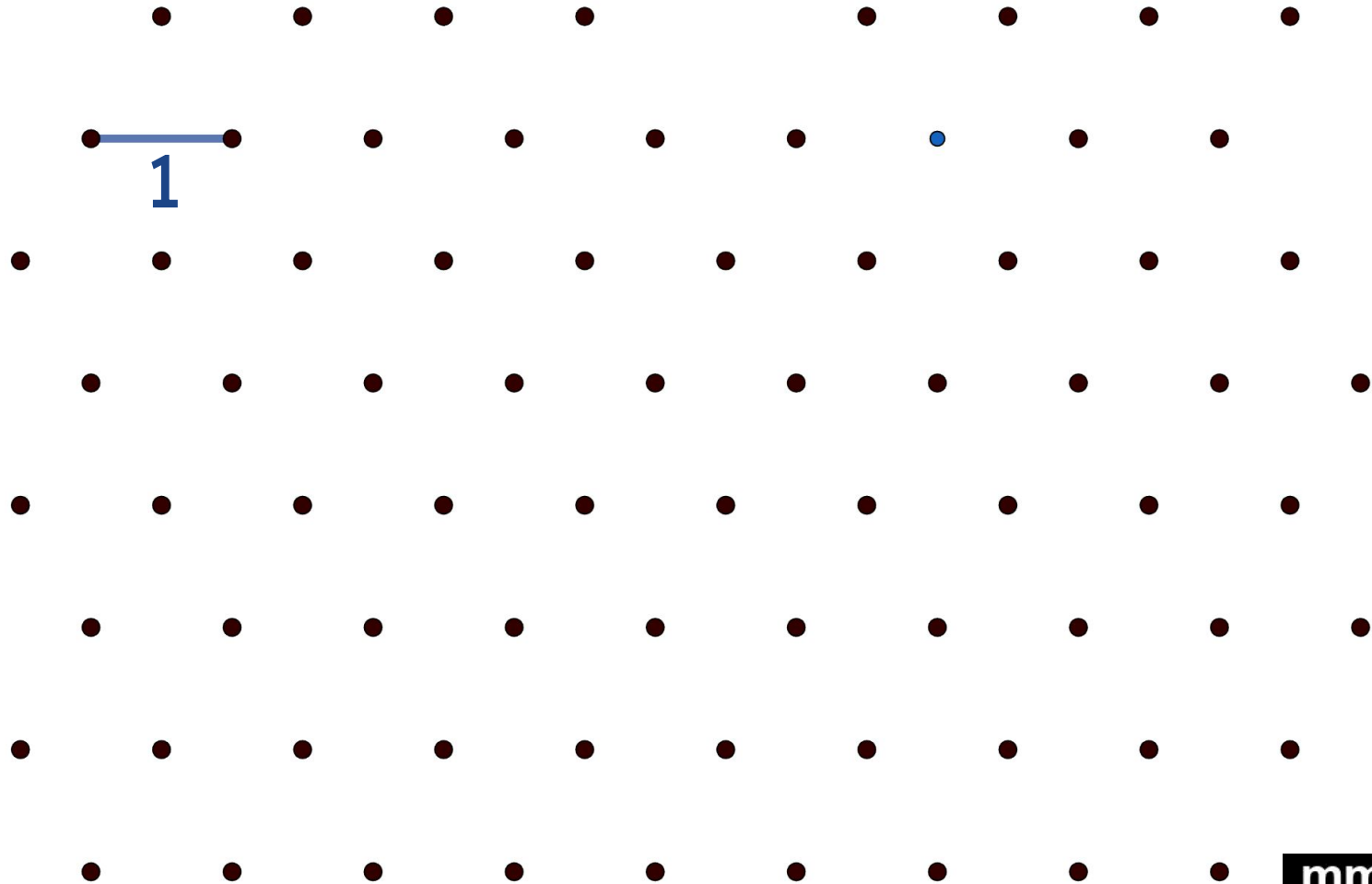
$$A_{\text{triangle unitat}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

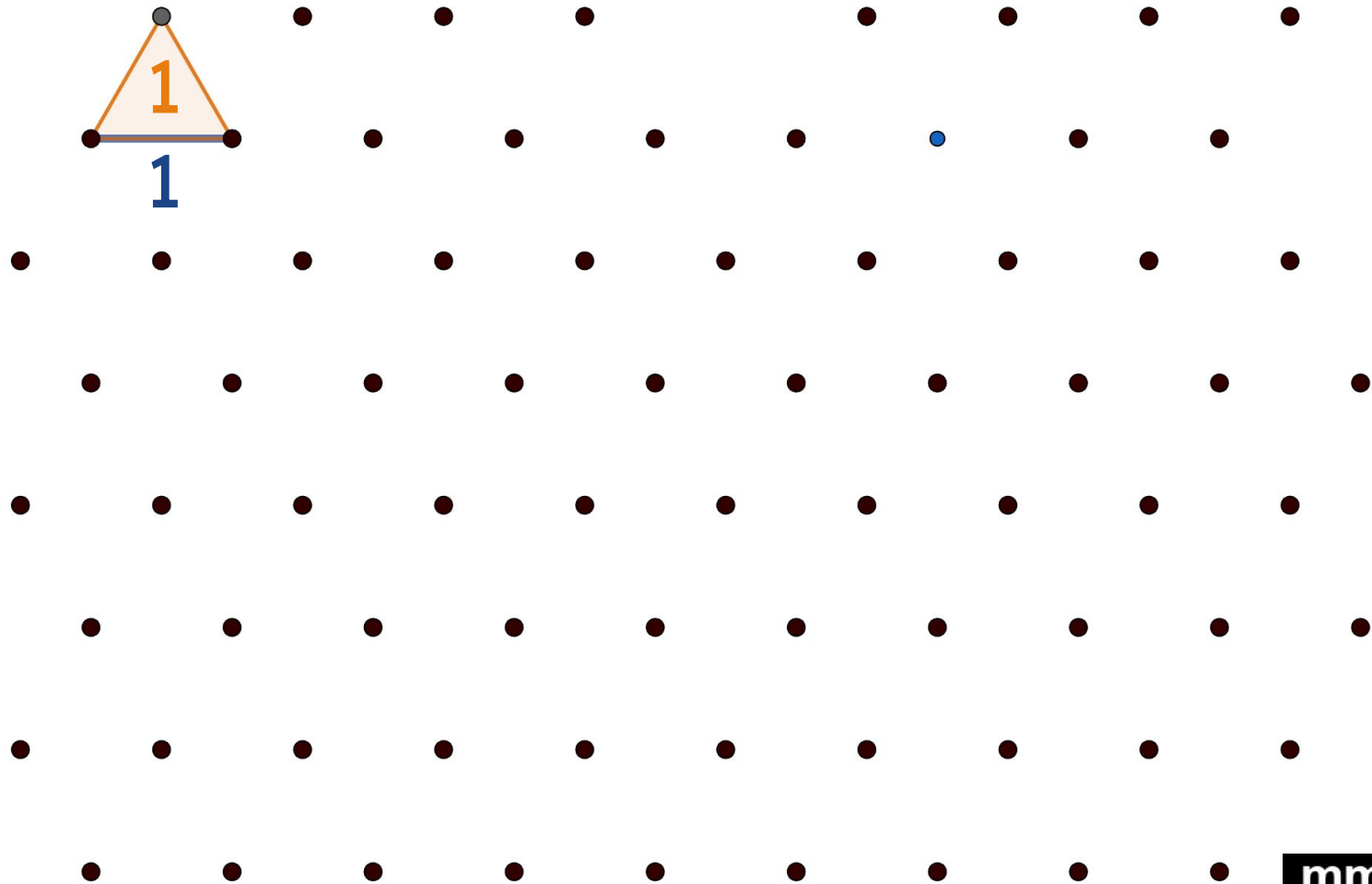
$$A_{\text{triangle}} = 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 3,03 \text{ dm}^2$$

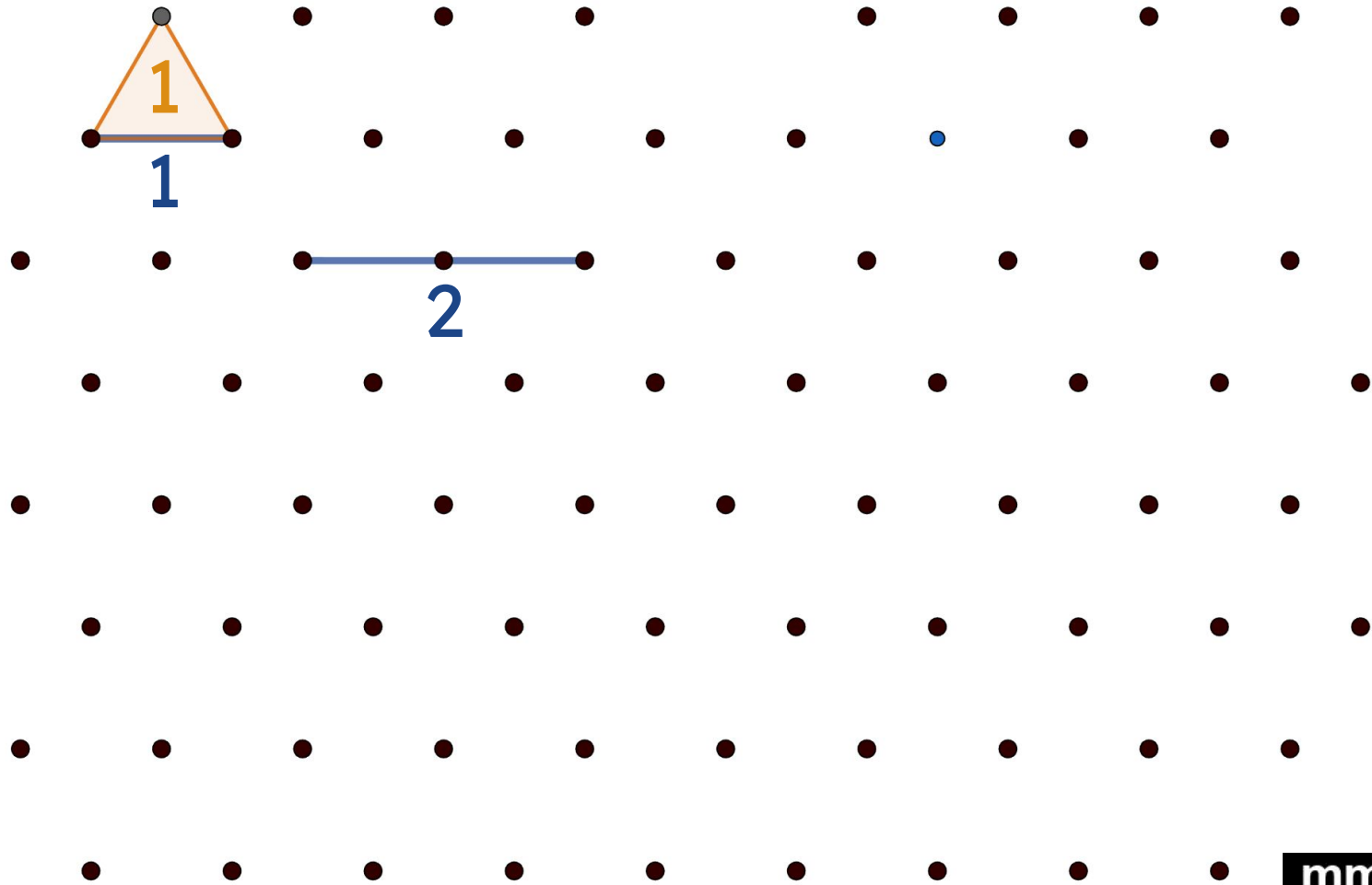
Considerem com a unitat d'àrea el triangle bàsic de la trama.

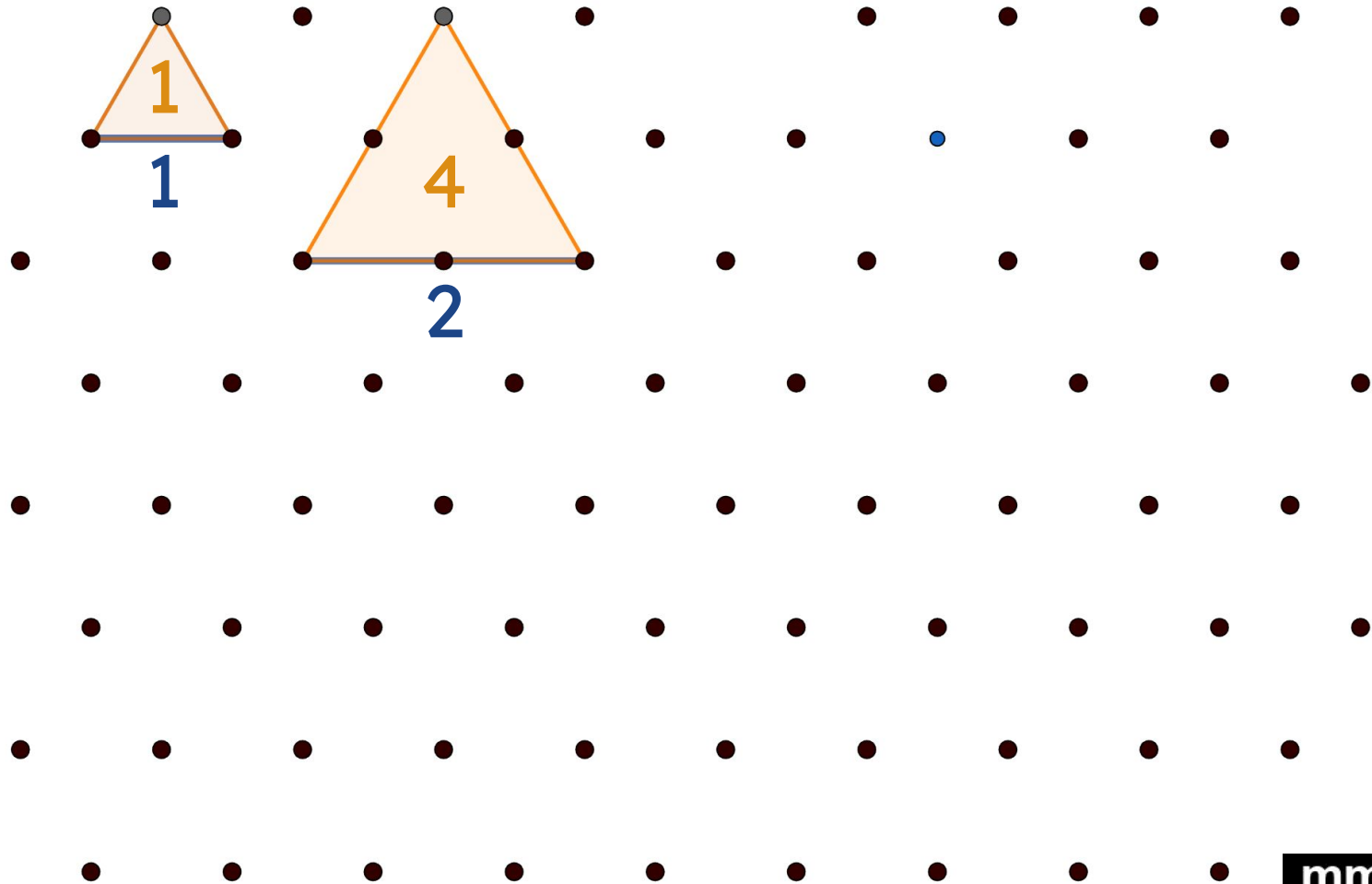
**Podem dibuixar triangles equilàters
de qualsevol quantitat d'àrea
entera sobre una trama isomètrica?**

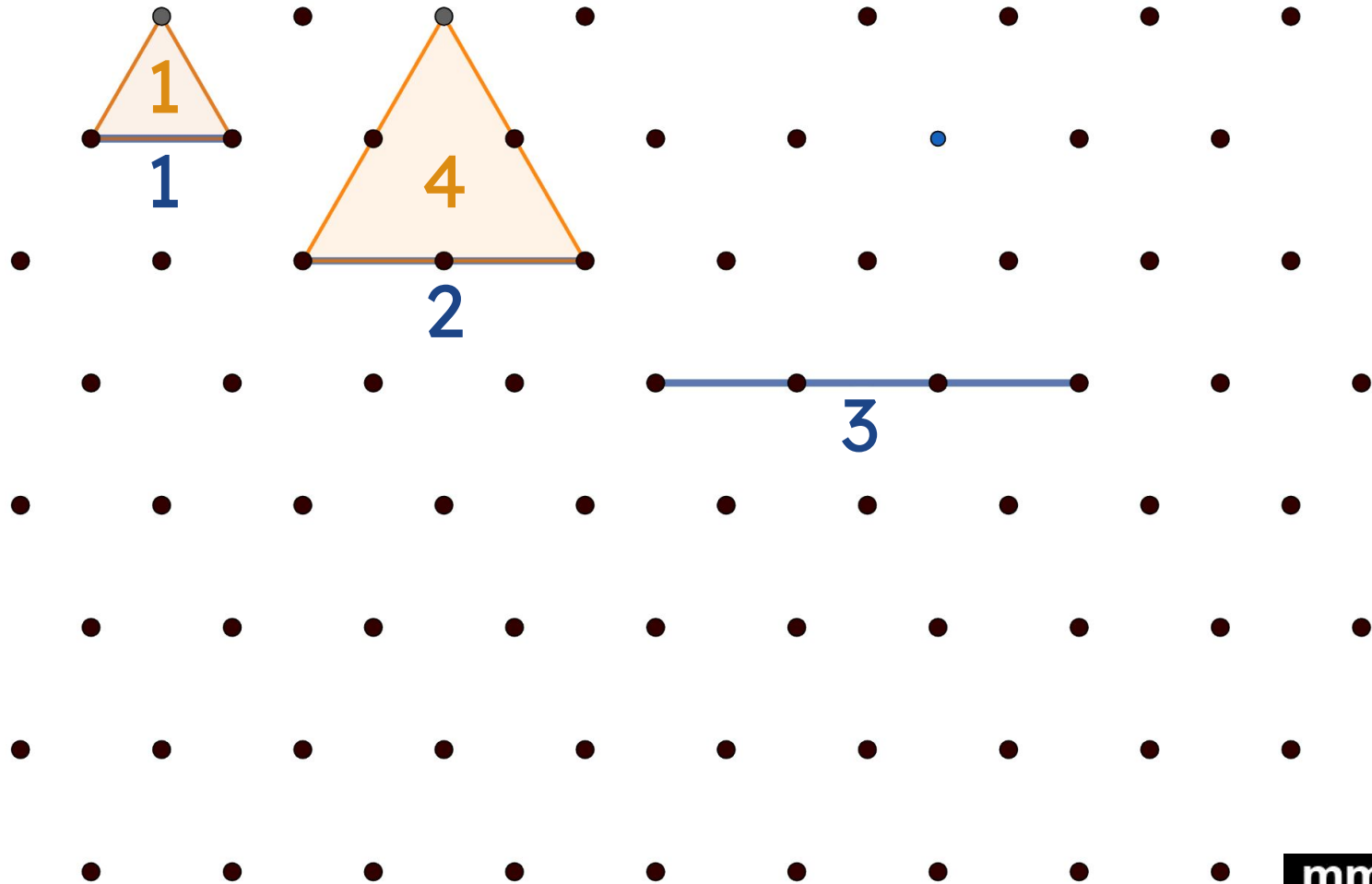


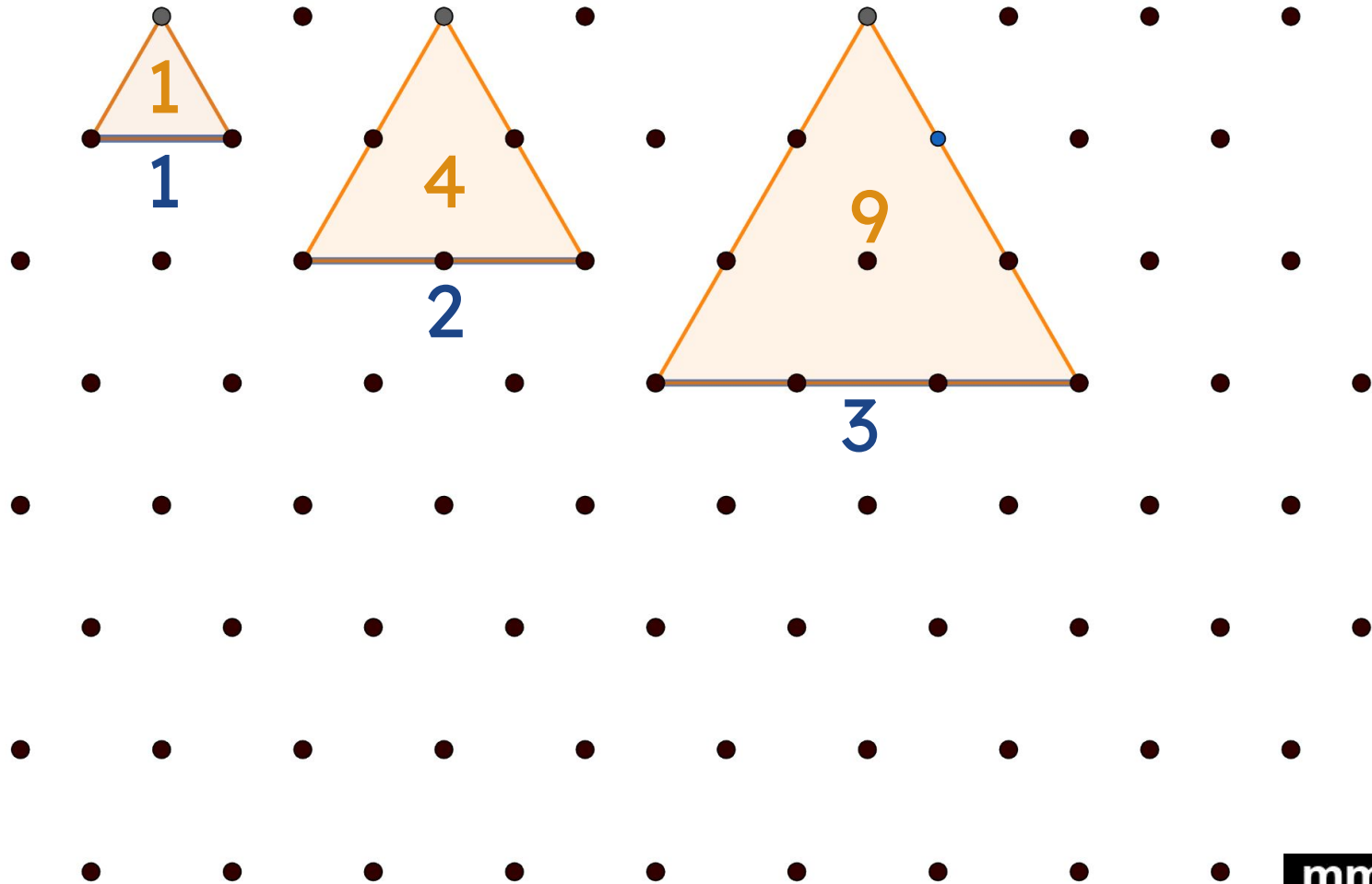


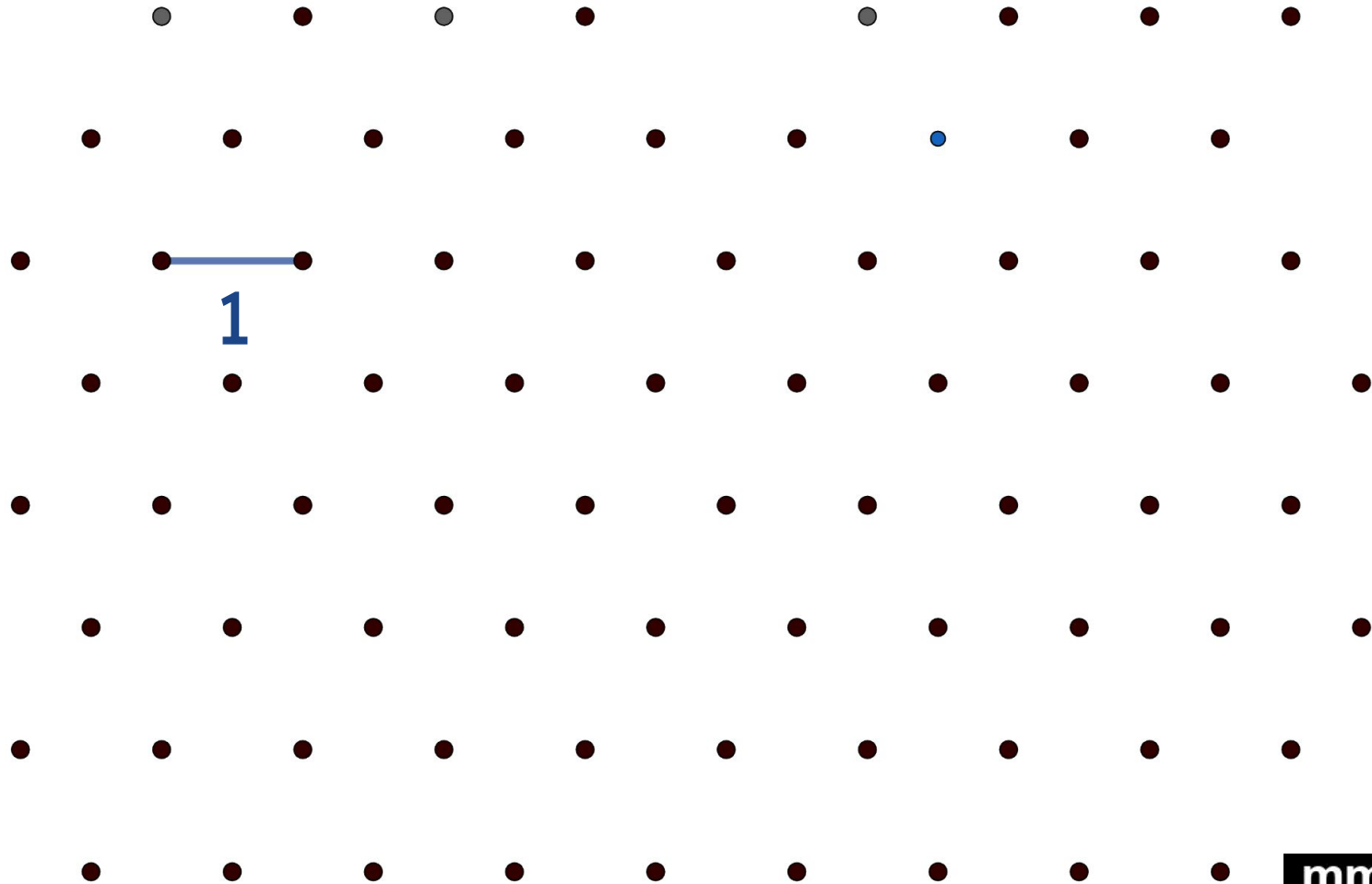


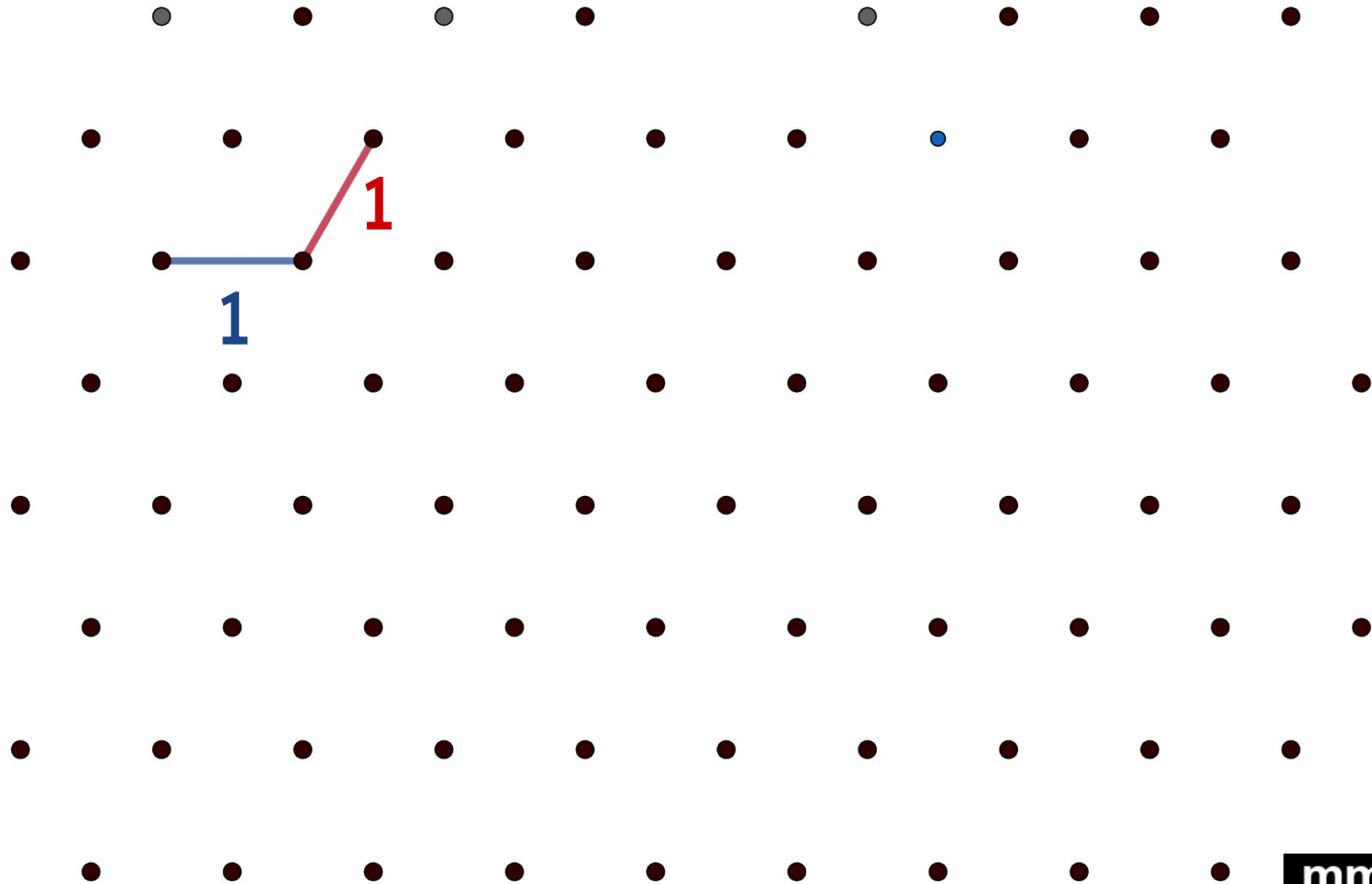


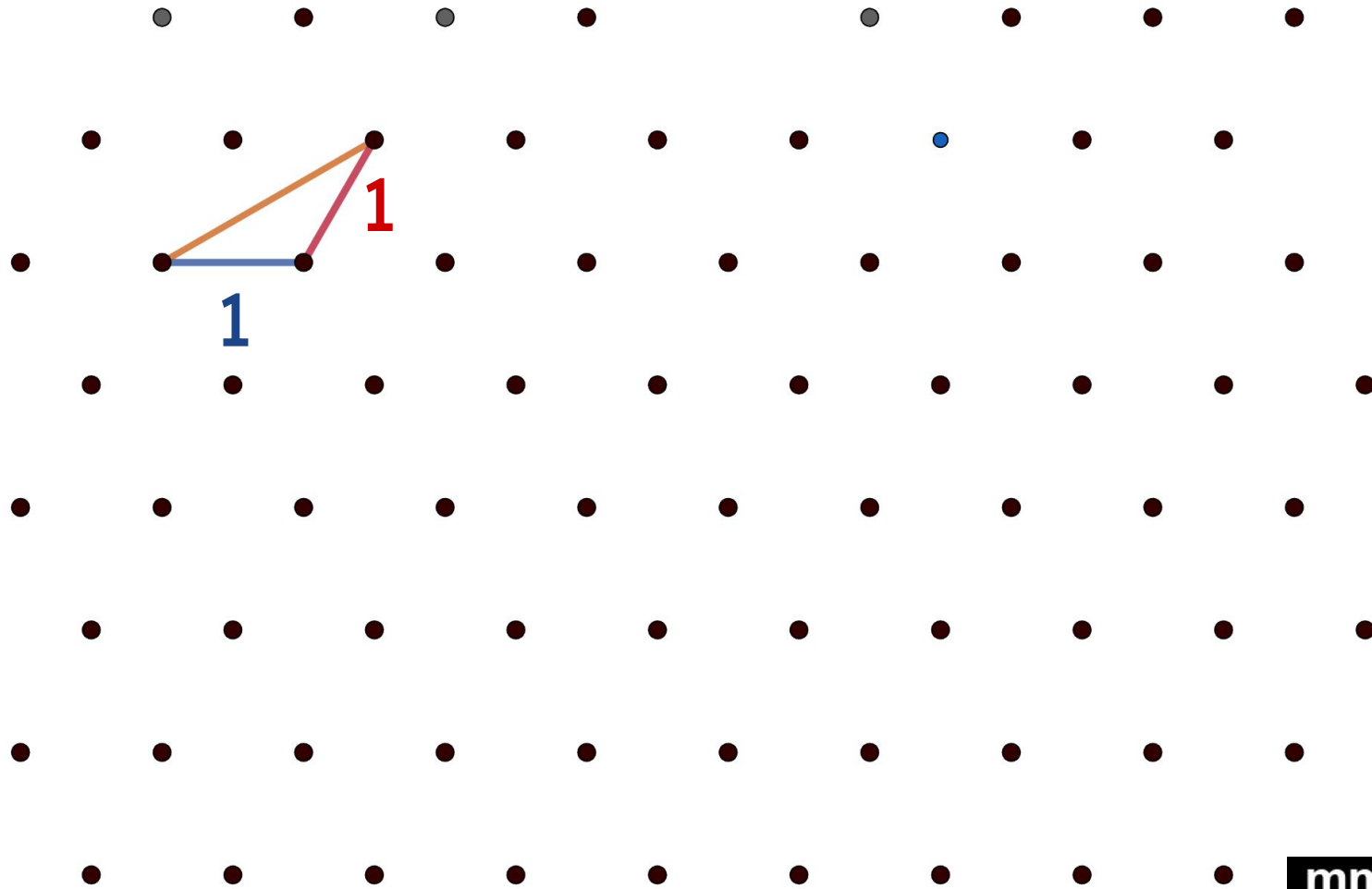


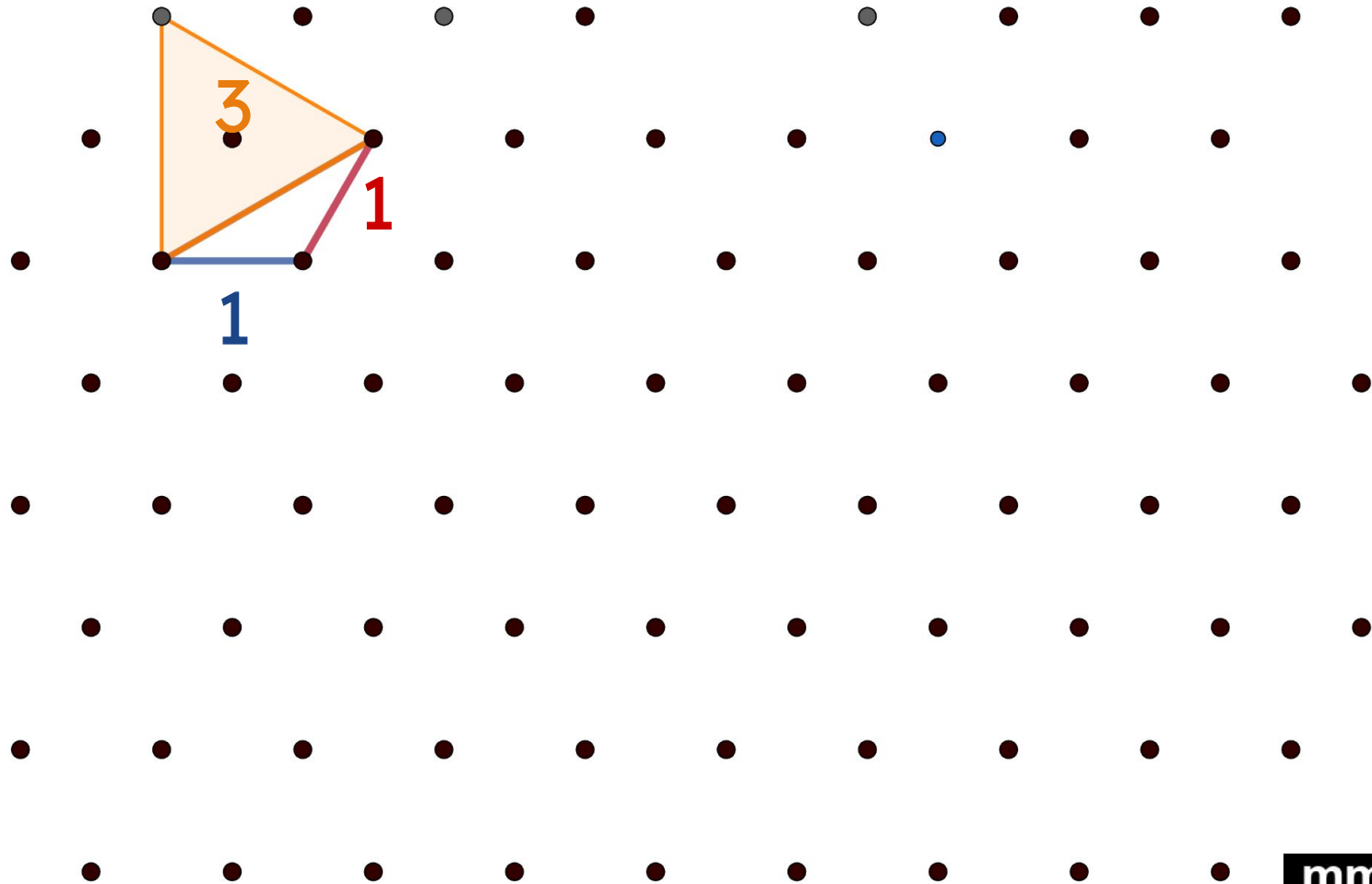


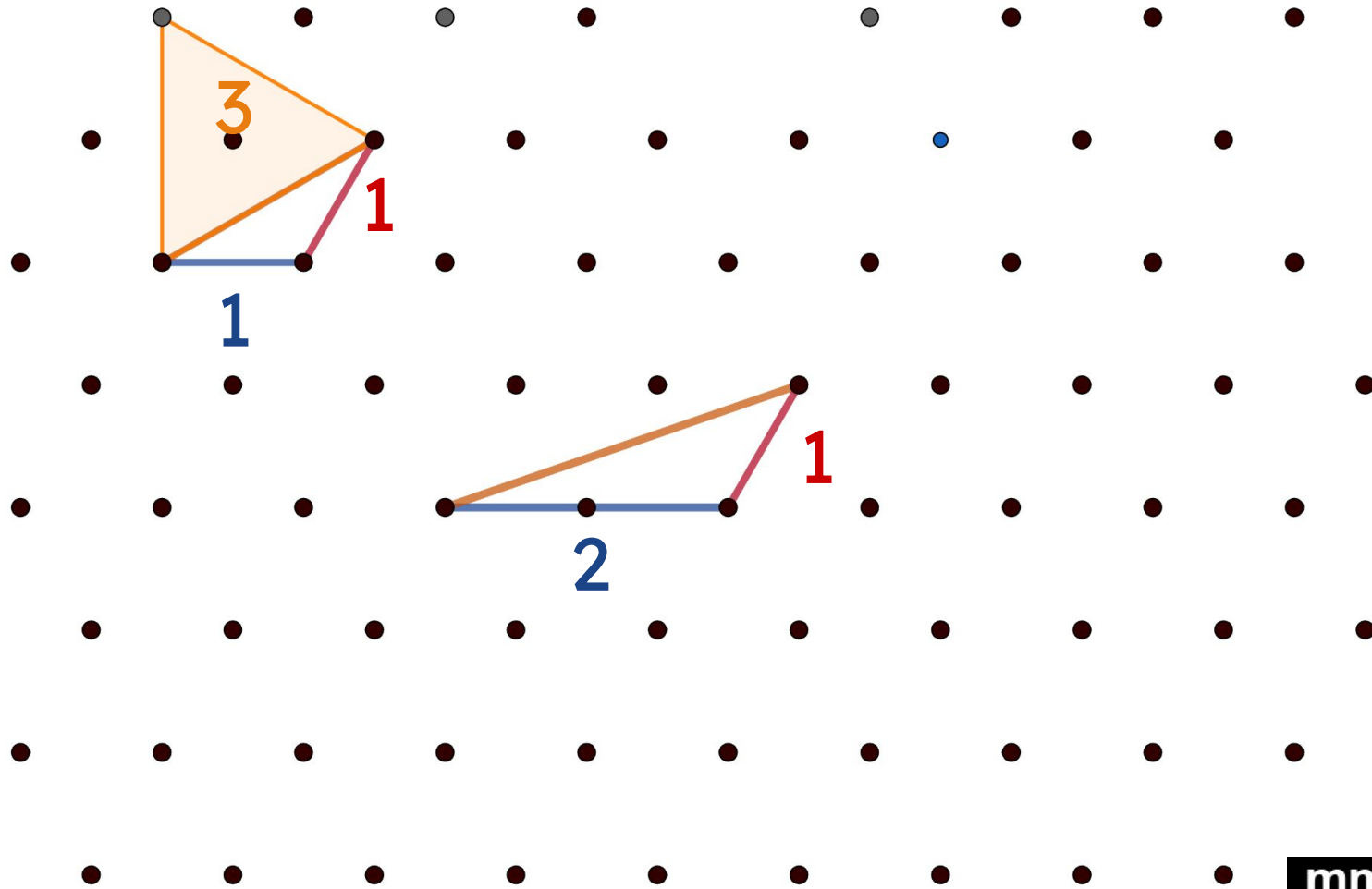


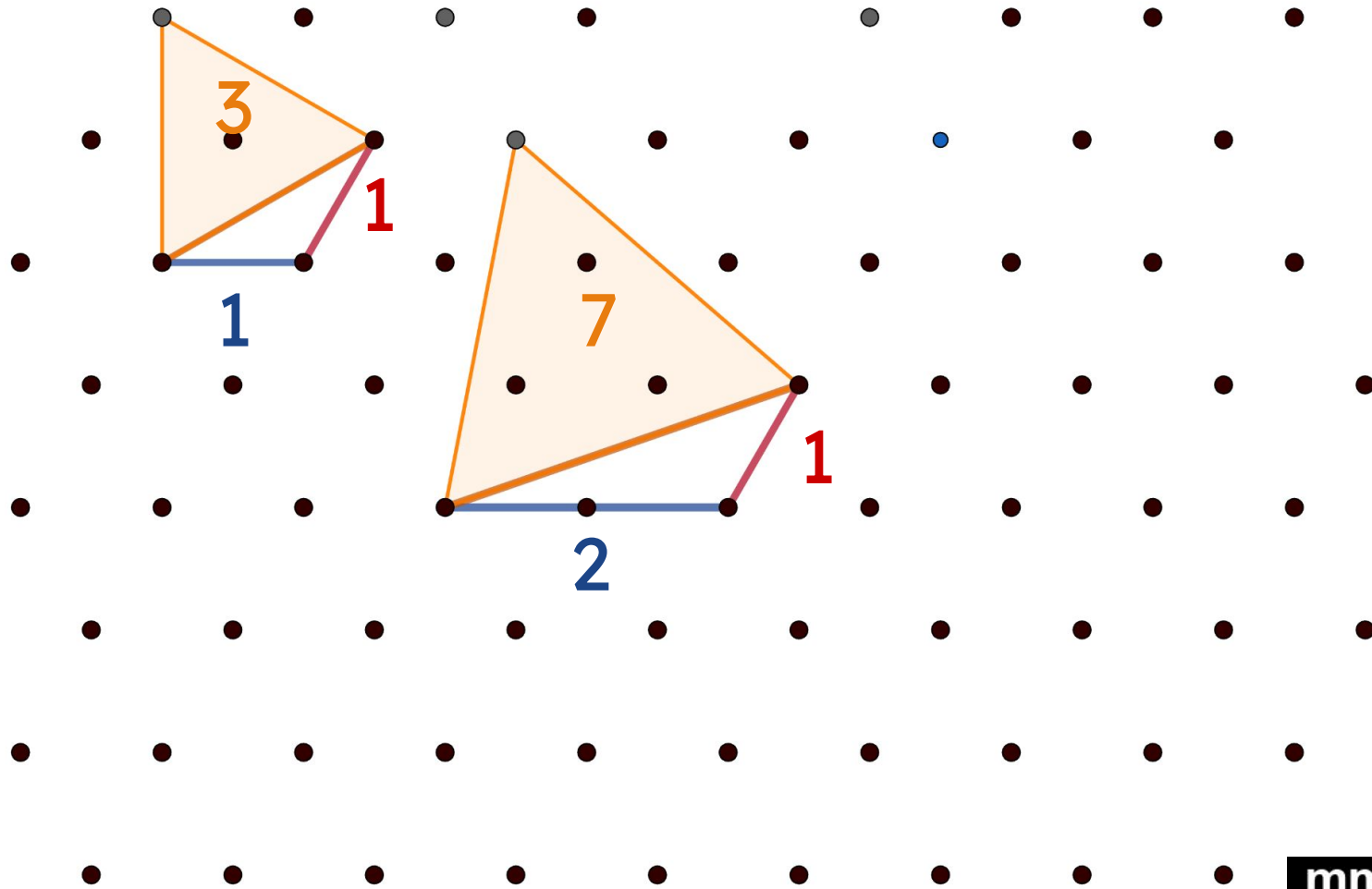


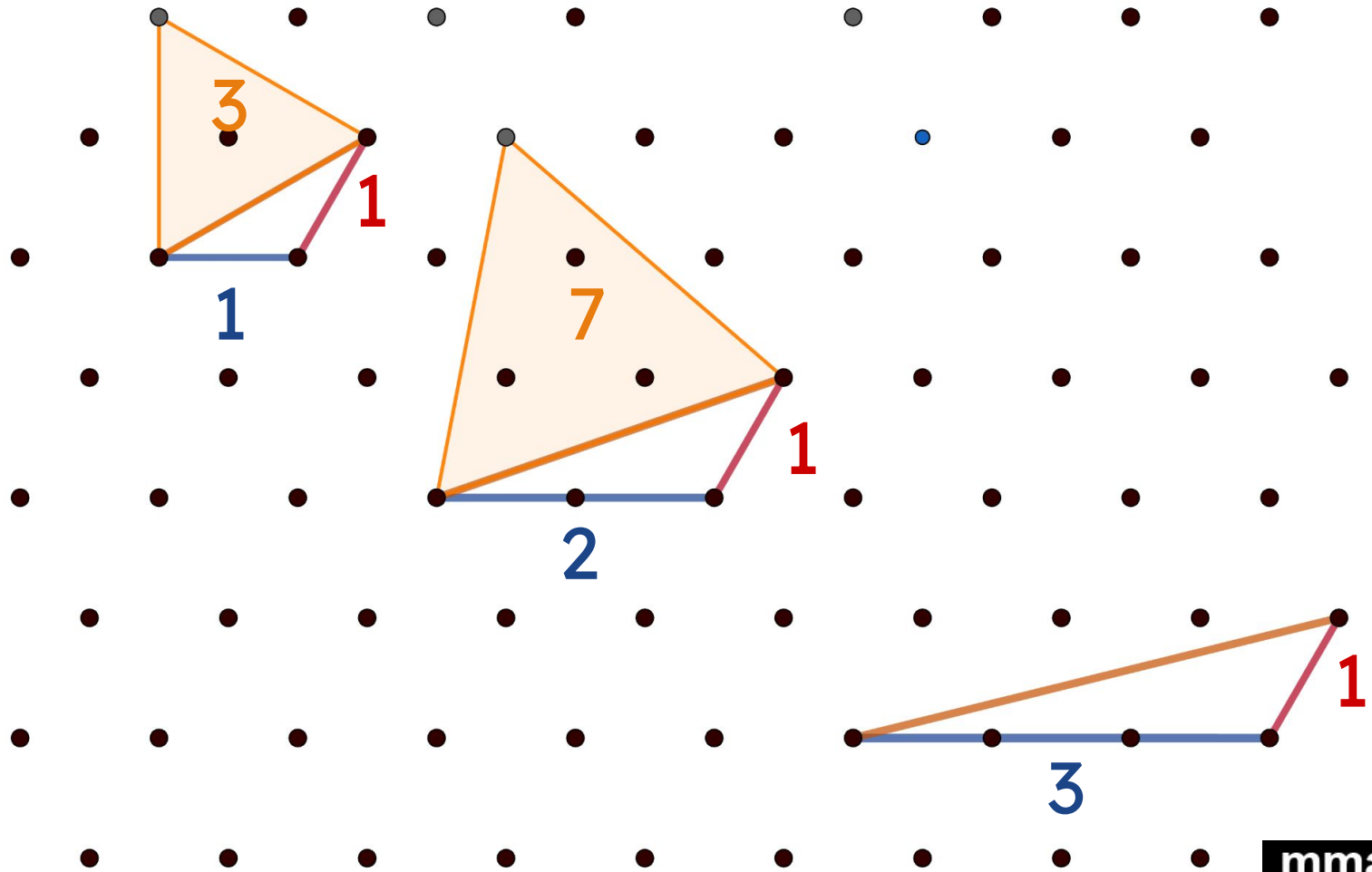


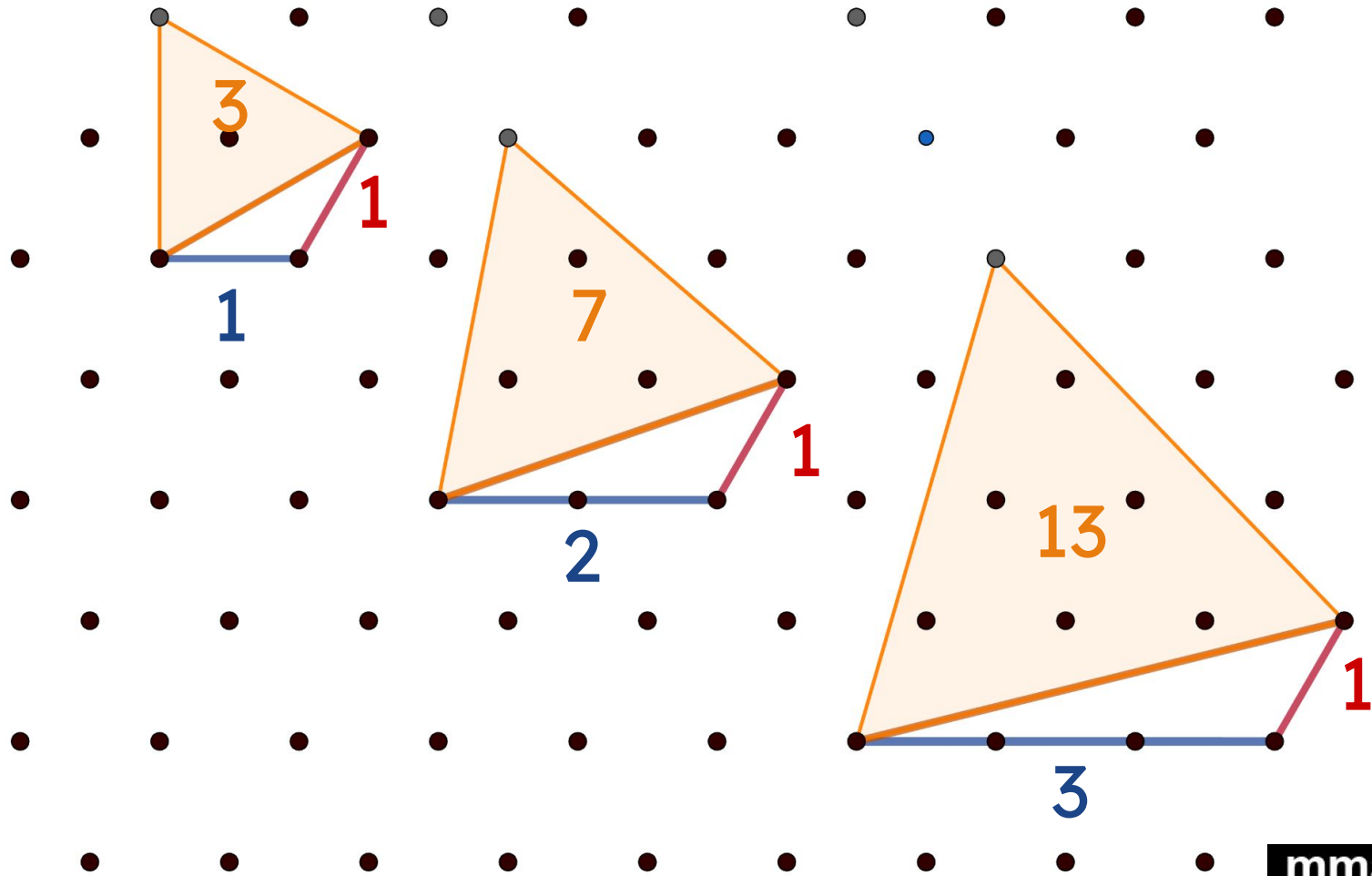


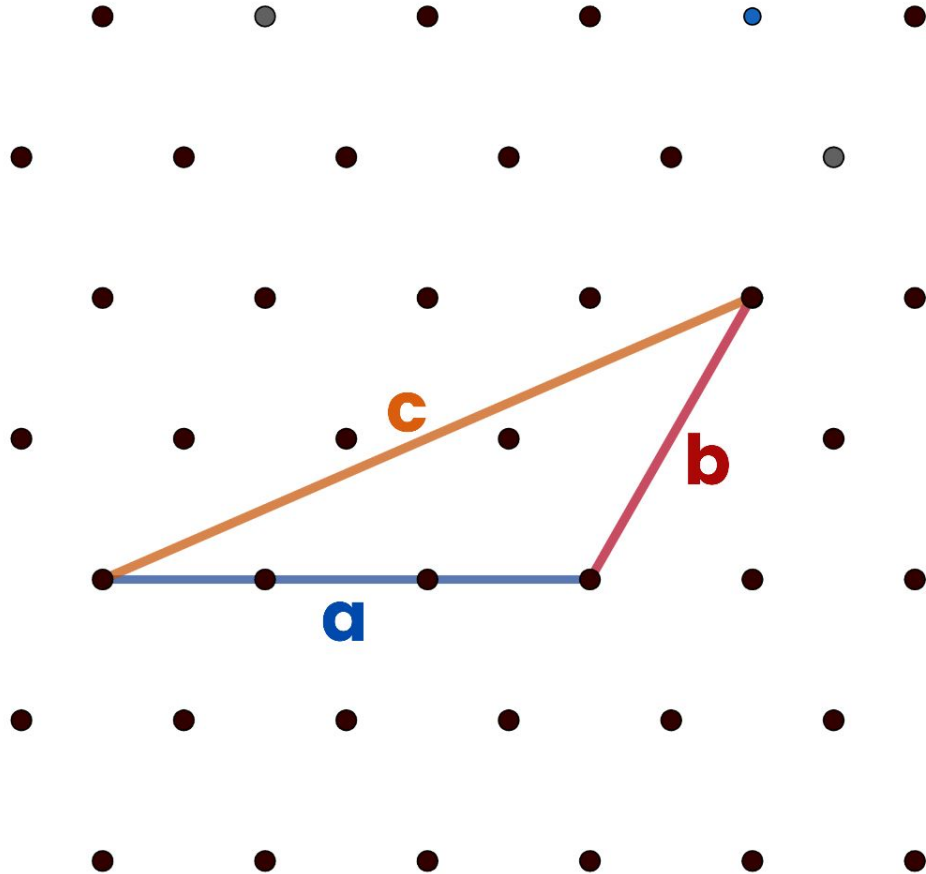




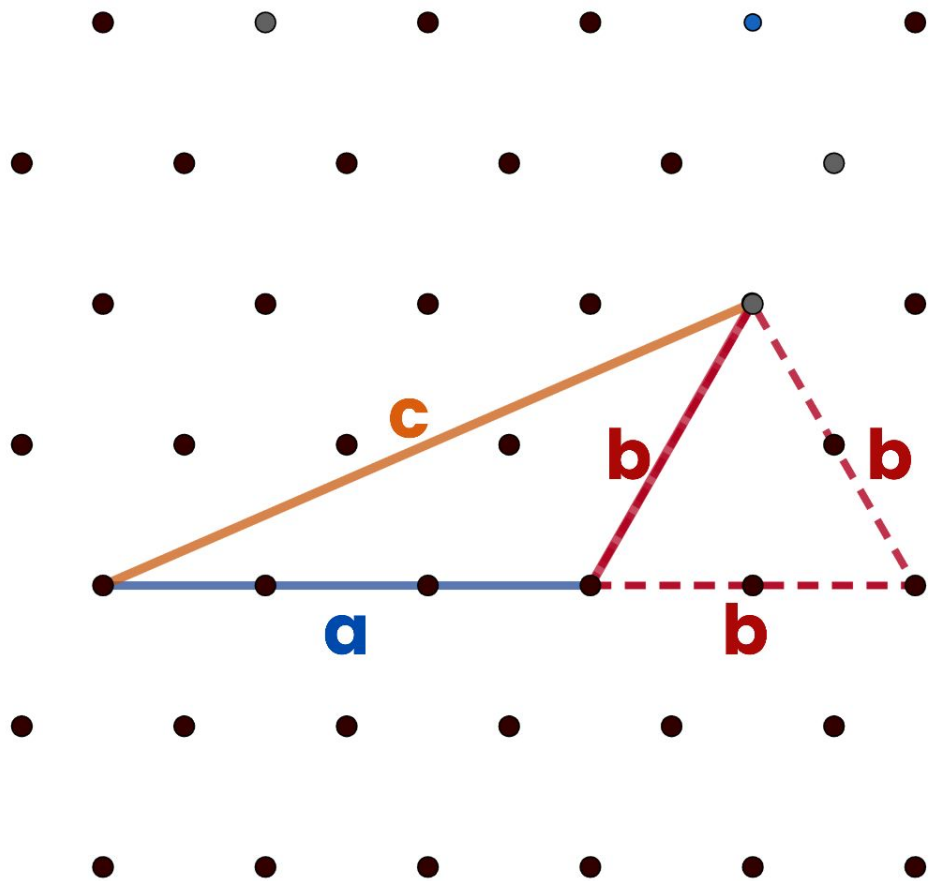




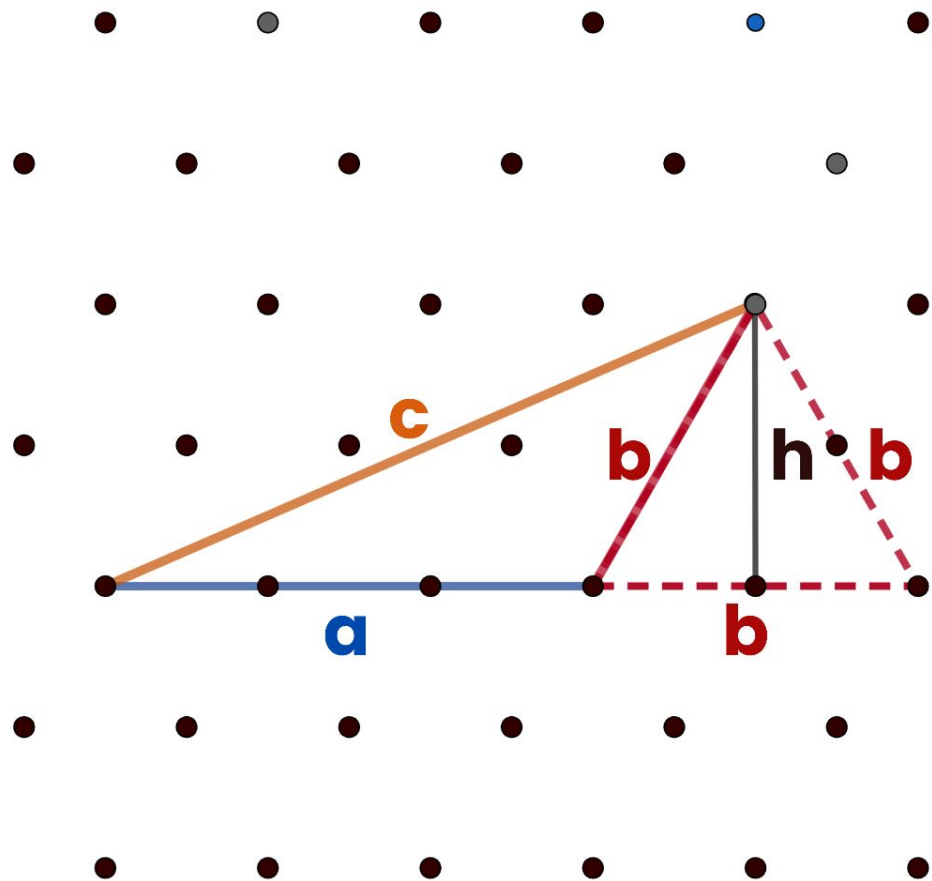




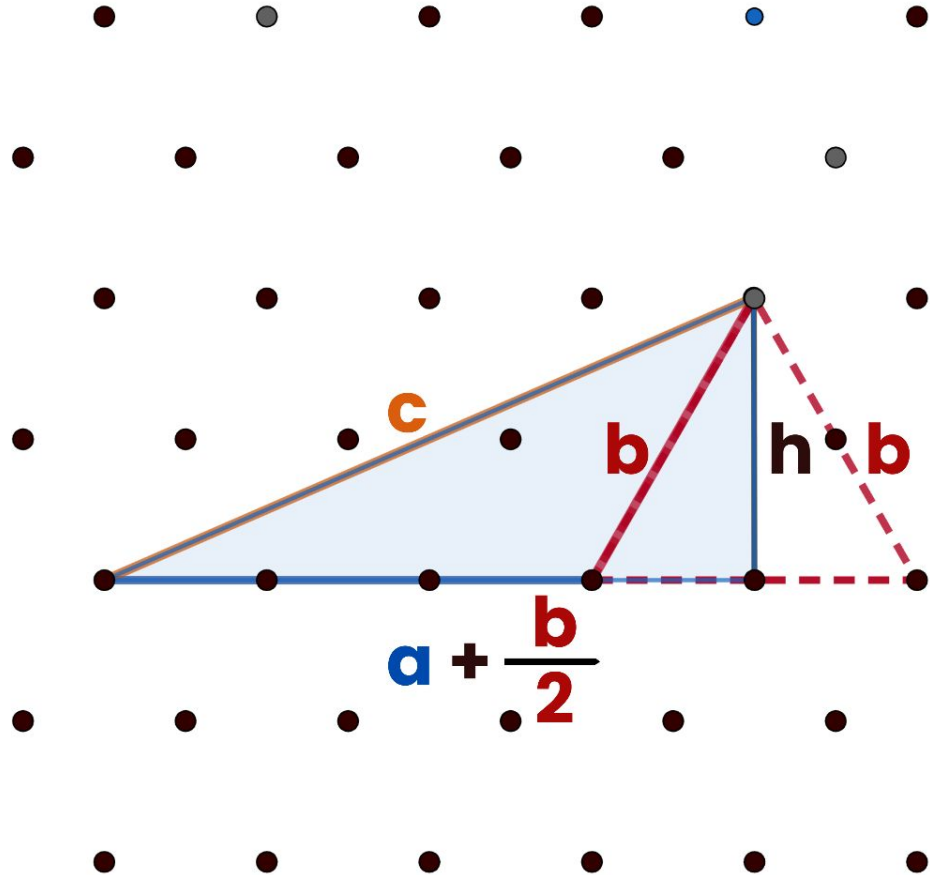
mmaca
tarragona



mmaca
tarragona

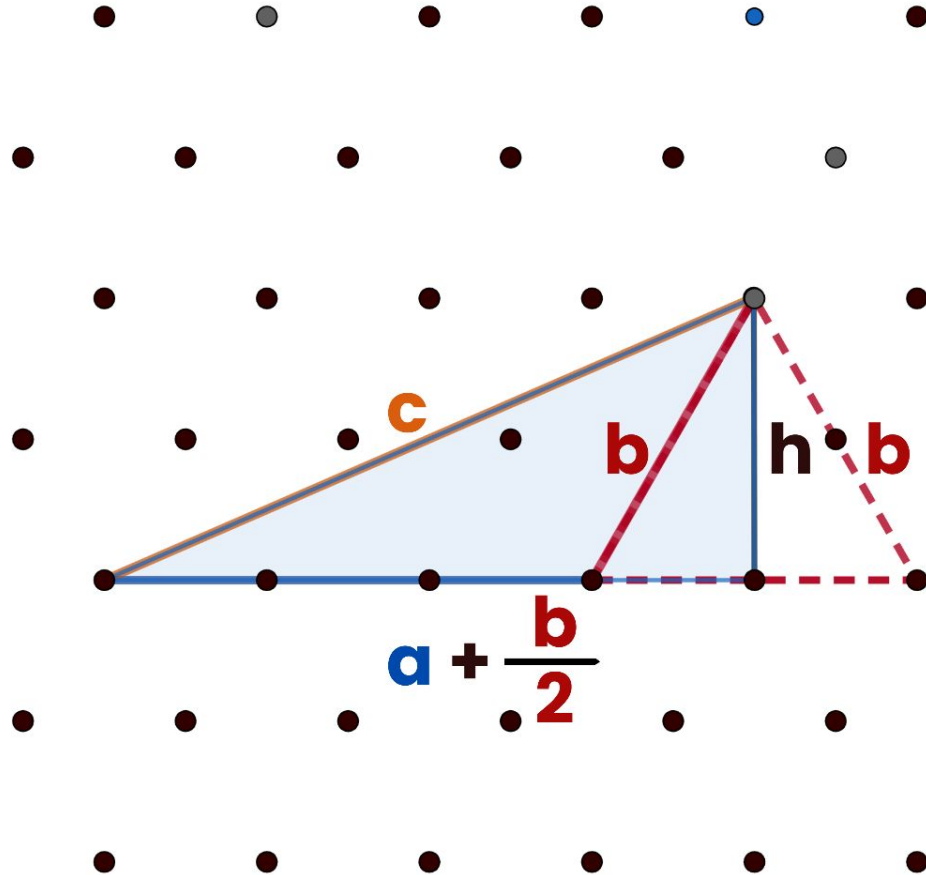


$$h^2 = \frac{3b^2}{4}$$



$$h^2 = \frac{3b^2}{4}$$

$$c^2 = h^2 + \left(a + \frac{b}{2}\right)^2$$

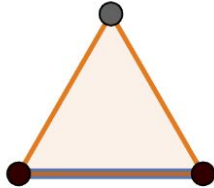
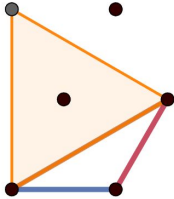


$$h^2 = \frac{3b^2}{4}$$

$$c^2 = h^2 + \left(a + \frac{b}{2}\right)^2$$

$$c^2 = \frac{3b^2}{4} + a^2 + 2a \frac{b}{2} + \frac{b^2}{4}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 + ab$$

a	b	Àrea	
1	0	1	
1	1	3	
2	1	7	

Què passa amb el 2?

Què passa amb el 2?

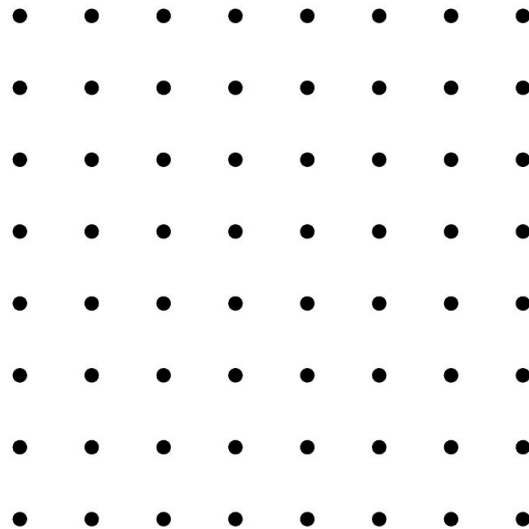
$$a^2 + b^2 + ab$$

a**b**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1		3	7	13	21	31	43	57	73	91	111
2			12	19	28	39	52	67	84	103	124
3				27	37	49	63	79	97	117	139
4					48	61	76	93	112	133	156
5						75	91	109	129	151	175
6							108	127	148	171	196
7								147	169	193	219
8									192	217	244
9										243	271
10											300

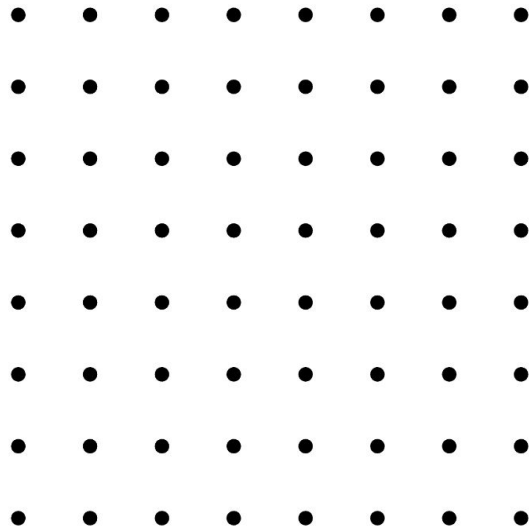
El fascinant món dels geoplans...

Considerem un geoplà $n \times n$. L'objectiu és marcar tants punts dels n^2 punts de la quadrícula com sigui possible amb la condició que no es formi cap 3 en ratlla.



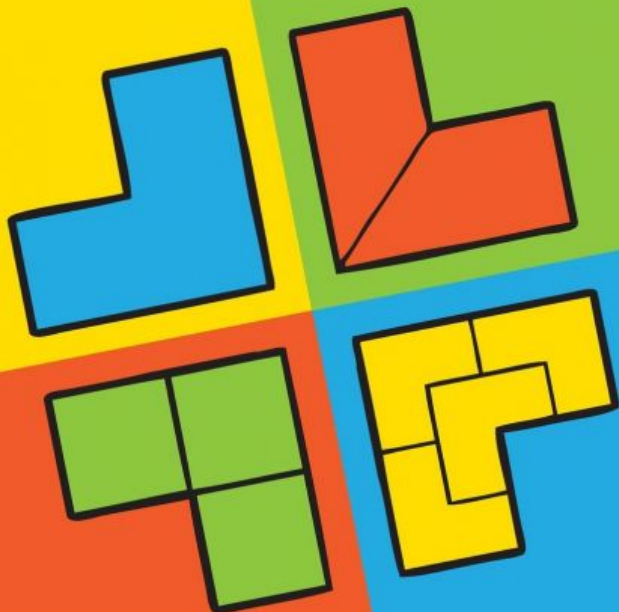
El fascinant món dels geoplans...

Problema introduït per Henry Dudeney el 1917, amb un tauler d'escacs.



Avoid Hard Work!

...AND OTHER ENCOURAGING MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING TIPS
FOR THE YOUNG, THE VERY YOUNG, AND THE YOUNG AT HEART

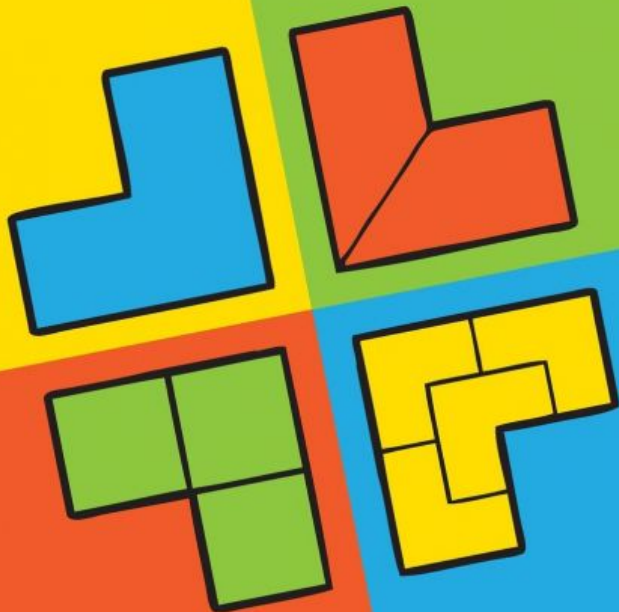


BY MARIA DROUJKOVA, JAMES TANTON, AND YELENA McMANAMAN

mmaca
tarragona

Avoid Hard Work!

...AND OTHER ENCOURAGING MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING TIPS
FOR THE YOUNG, THE VERY YOUNG, AND THE YOUNG AT HEART

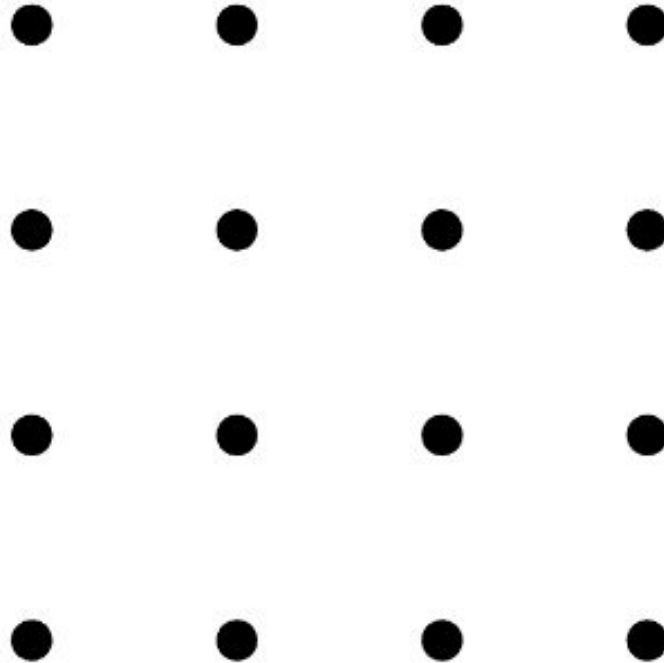


BY MARIA DROUJKOVA, JAMES TANTON, AND YELENA McMANAMAN

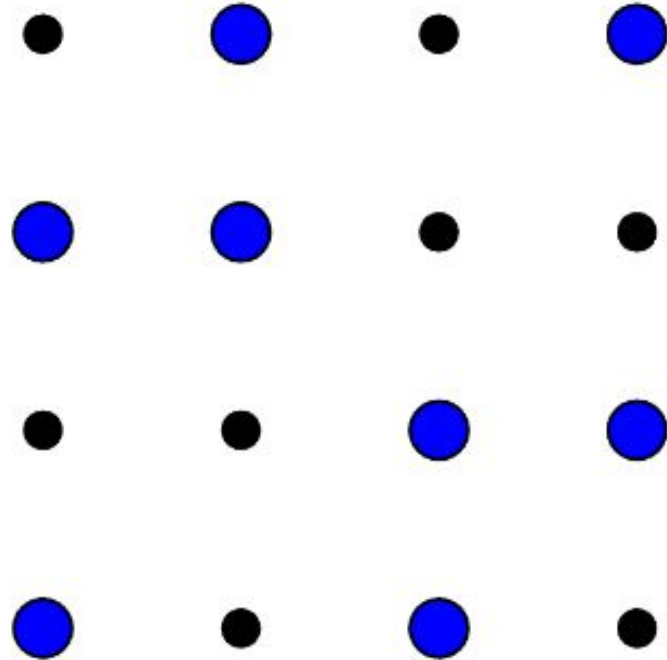
FES-LO PETIT!

mmaca
tarragona

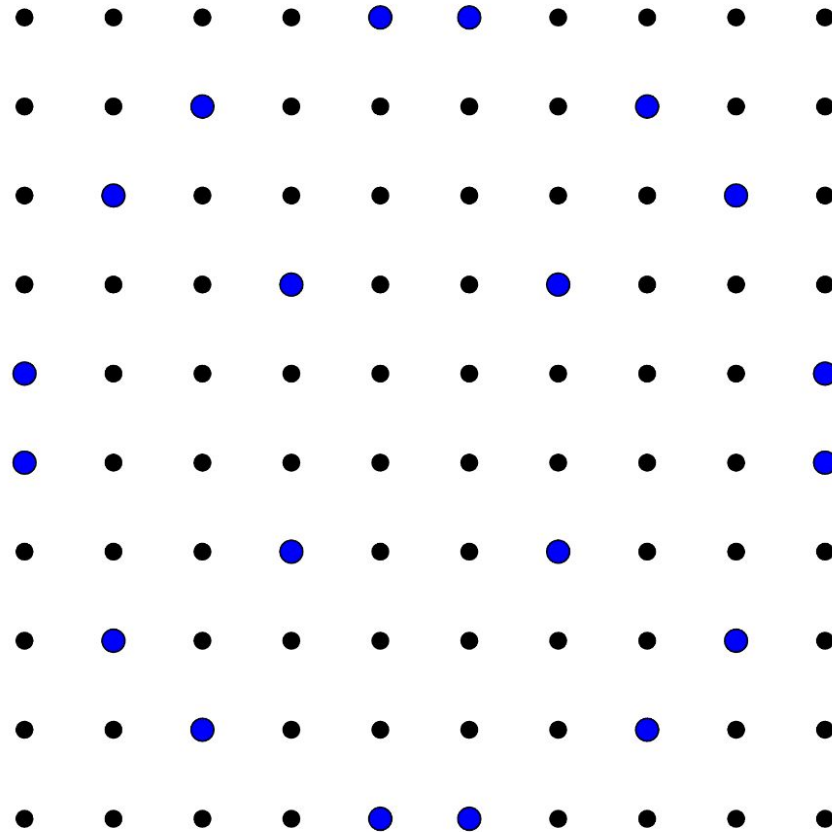
El fascinant món dels geoplans...



El fascinant món dels geoplans...



El fascinant món dels geoplans...

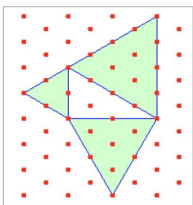


fitxa de l'element



Geoplà i trama isomètrica

ARC M'agrada 1098



MAT [7]

EP.CM [2] EP.CS [2] ESO.1 [1] ESO.2 [2]

Animacions i simulacions Material manipulable Resolució de problemes

→ Enllaços al currículum

Resum

El geoplà és, en general, un dels materials més coneguts per treballar en geometria. Però el més generalitzat és el geoplà de malla quadrada (ortogonal). Hi ha altres geoplans com l'isomètric en el que la malla està feta de triangles equilàters sobre el que també es poden fer treballs molt interessants.

Moltes de les activitats proposades es poden fer també en un full tramata. No té el mateix efecte, però, treballar sobre el geoplà que sobre el paper tramata, ja que el geoplà facilita molt més l'experimentació real que el paper. Depenent de l'edat o de les característiques de l'alumnat podem treballar prioritàriament amb un o l'altre. Una altra opció és treballar amb simuladors en línia del geoplà com el de la **BNMV**.

Crèdits




Autoria
PuntMat, Anton Aubanell,
CESIRE-CREAMAT


Materials de l'element


descripció
detallada

Documents per al professorat

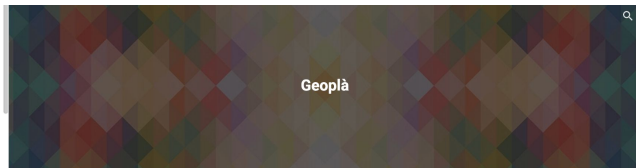
 Problemes per a geoplà i trama isomètrica

Documents per a l'alumnat

 Trama isomètrica petita per imprimir

 Trama isomètrica gran per imprimir

<https://apliense.xtec.cat/arc/node/29927>



CREA MAT

CESIRE Àmbit matemàtic

Inici

▼ Representació

▼ Representació 2

Recull Fem

Matemàtiques

MatProjectes

Matemàtiques per a

persones adultes

▼ Matemàtiques 0-8

Programem

Matemàtiques amb

El **geoplà** és un material manipulable de matemàtiques dissenyat per **Caleb Gattegno**, que està format per una superfície plana, amb claus o pivots col·locats de forma regular.



https://sites.google.com/xtec.cat/cesire-matematiques-campanyes/laboratori-de-matem%C3%A0tiques/geopl%C3%A0#h.p_odEL6o01Glvk

PuntMat

Blog AppletsPuntmat Espai Jordi Esteve Publicacions i xerrades Qui som? Contacte

22 de maig del 2018

Geoplans triangulars i teorema de Pick

Al post **Geoplans i pensament exhaustiu** ja vam parlar de geoplans de trama quadrada i de trama circular. Fins i tot en el post **Joc del geoplà** ja apareixia un geoplà de trama isomètrica. Ara reprendrem l'ús d'aquest material per fer alguns comentaris que poden donar lloc a interessants propostes de classe.

Anomenarem geoplà triangular de mida n a un tauler triangular amb $n(n+1):2$ claus distribuïts de manera que formen n^2 triangles equilàters iguals

1) Troba tots els triangles diferents que es poden construir en un geoplà triangular de mida 3 i calcula les seves àrees fent servir com a unitat l'àrea d'un triangle bàsic de la trama



mat

Cercador

Translate

Seleccioneu l'idioma

Tecnologia de Google

Tecnologia de Google

Segueix-nos al Tw

<https://puntmat.blogspot.com/2018/05/geoplans-triangulars-i-teorema-de-pick.html>

Un tangram diferent. Perímetre, àrea i Pitàgores.

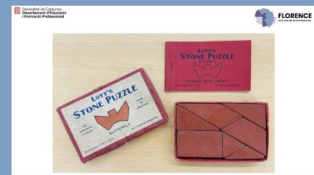
A càrrec de Núria Serra

6 de novembre de 2024 a les 18h

 [Formulari de certificació](#)

 [Document de la presentació](#)

Guia
didàctica



<https://projectes.xtec.cat/nou-curriculum/guies-didactiques-florence-per-a-secundaria/>

<https://projectes.xtec.cat/nou-curriculum/orientacions-curriculars/orientacions-curriculars-matematiques-secundaria-eso/>

ORIENTACIONS CURRICULARS DE MATEMÀTIQUES DE PRIMÀRIA

Següent >

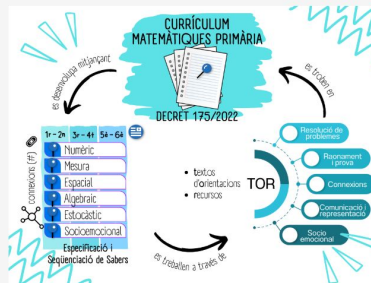
Orientacions curriculars de matemàtiques de primària

Cerca a totes les pàgines... Cerca

≡ Menú

Orientacions curriculars de matemàtiques de primària

Prem sobre les icones actives de la imatge.



<https://projectes.xtec.cat/nou-curriculum/orientacions-curriculars/orientacions-curriculars-de-matematiques-de-primaria/>

ORIENTACIONS CURRICULARS DE MATEMÀTIQUES DE L'ESO

Següent >

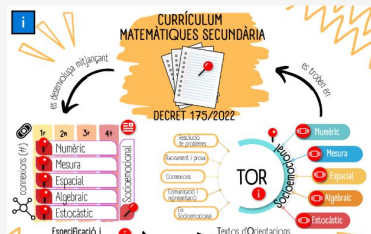
Orientacions curriculars de matemàtiques de l'ESO

Cerca a totes les pàgines... Cerca

≡ Menú

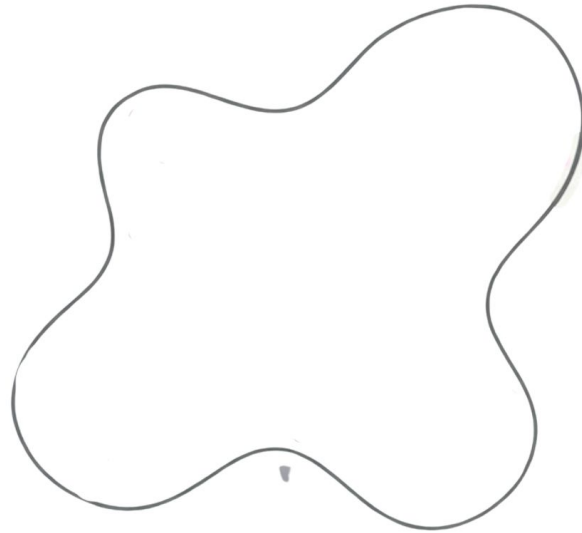
Orientacions curriculars de matemàtiques de l'ESO

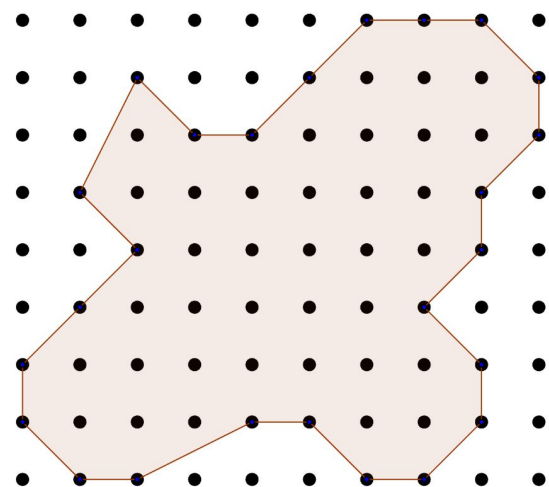
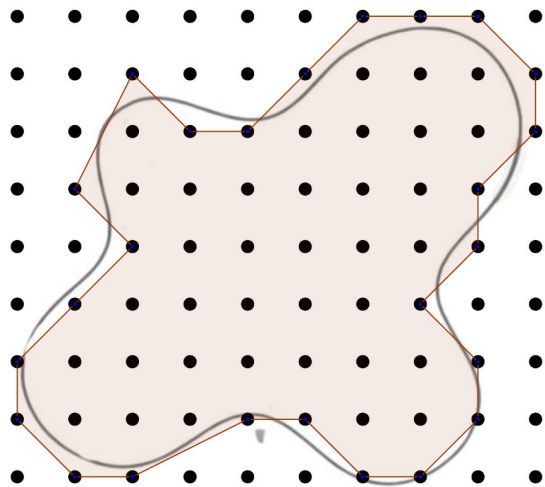
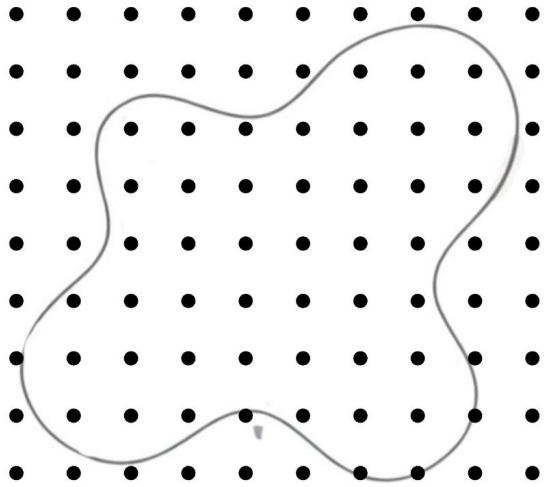
Prem sobre les icones actives de la imatge.



mmaca
tarragona

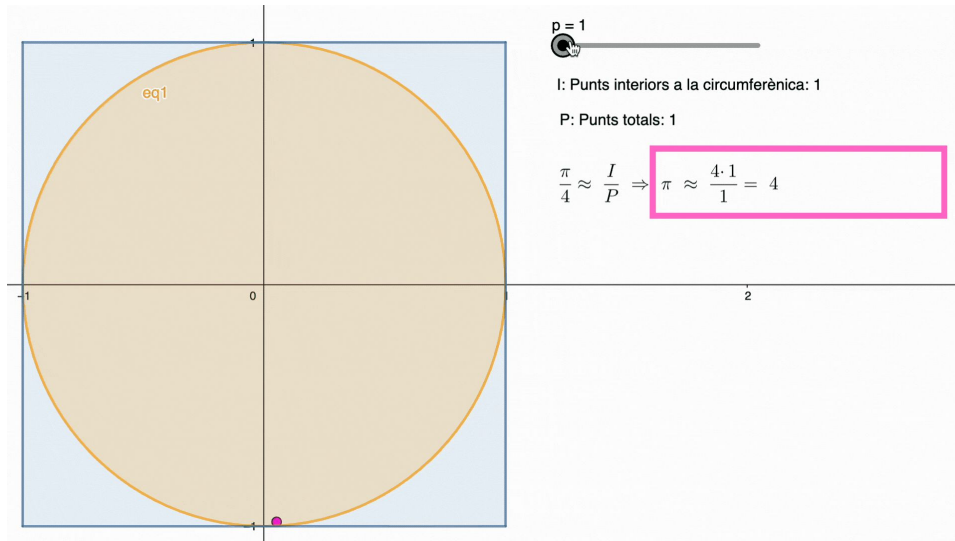
I si tinguessim una peça que no encaixa
en cap graella?

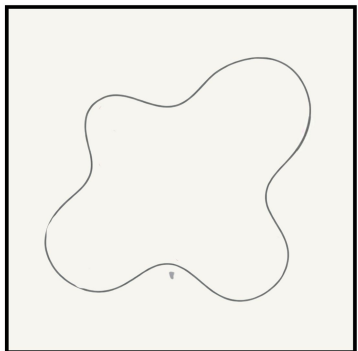




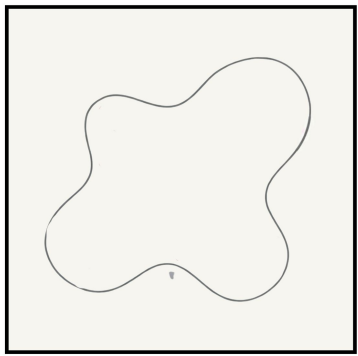
Mètodes de Montecarlo,

benvinguts!!!

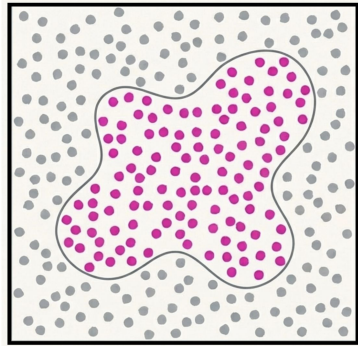




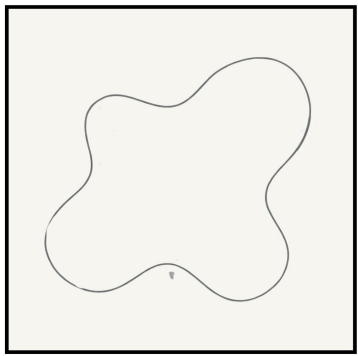
Tanquem la figura dintre un rectangle d'àrea coneguda.



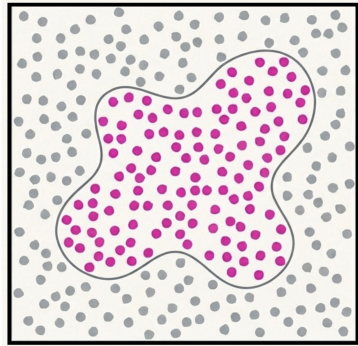
Tanquem la figura dintre un rectangle d'àrea coneguda.



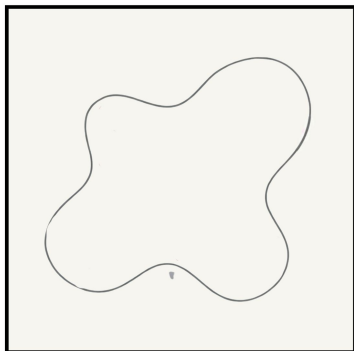
Generem punts de forma aleatòria sobre el rectangle.



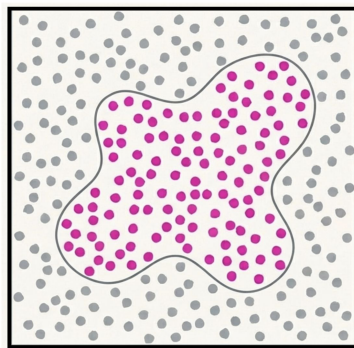
Tanquem la figura dintre un rectangle d'àrea coneguda.



Generem punts de forma aleatòria sobre el rectangle.
Comptem quants han caigut dintre la figura respecte
el total.

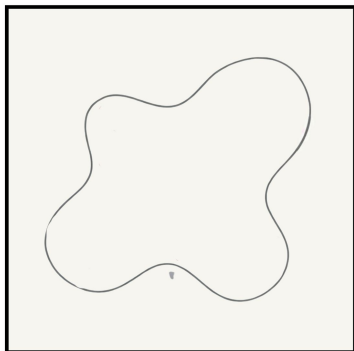


Tanquem la figura dintre un rectangle d'àrea coneguda.

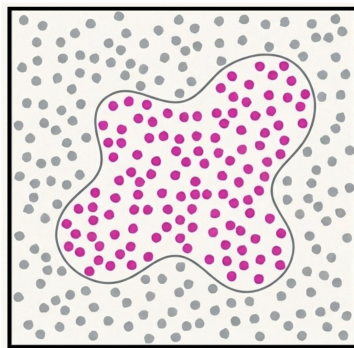


Generem punts de forma aleatòria sobre el rectangle. Comptem quants han caigut dintre la figura respecte el total.

$$\frac{\text{Àrea de la figura}}{\text{Àrea del rectangle}} \approx \frac{\text{Punts sobre la figura}}{\text{Punts totals}}$$



Tanquem la figura dintre un rectangle d'àrea coneguda.



Generem punts de forma aleatòria sobre el rectangle. Comptem quants han caigut dintre la figura respecte el total.

$$\frac{\text{Àrea de la figura}}{\text{Àrea del rectangle}} \approx \frac{\text{Punts sobre la figura}}{\text{Punts totals}}$$

$$\text{Àrea de la figura} \approx \text{Àrea del rectangle} \cdot \frac{\text{Punts sobre la figura}}{\text{Punts totals}}$$



3,6 dm



5,5 dm

Full de càlcul

mmaca
tarragona

Dins	Dins acumulat	Total		ESTIMACIÓ
7	7	50		2,772
8	15	100		2,97
6	21	150		2,772
9	30	200		2,97
9	39	250		3,0888
9	48	300		3,168
6	54	350		3,054857143
6	60	400		2,97
7	67	450		2,948
11	78	500		3,0888
12	90	550		3,24
5	95	600		3,135
9	104	650		3,168
11	115	700		3,252857143

Full de càlcul

Segur que és totalment aleatori?

Limitacions?

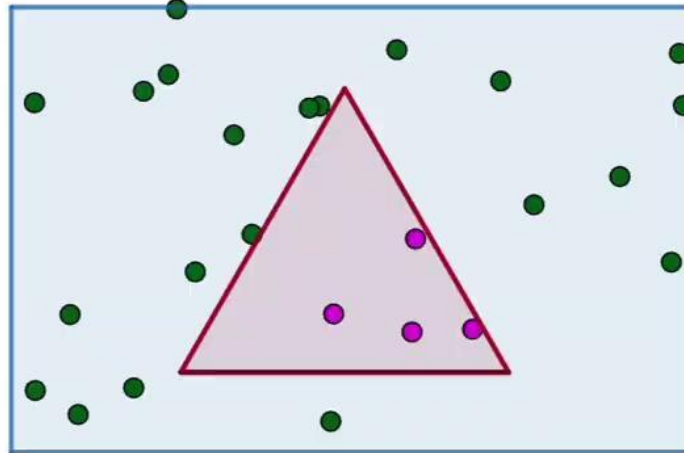
25

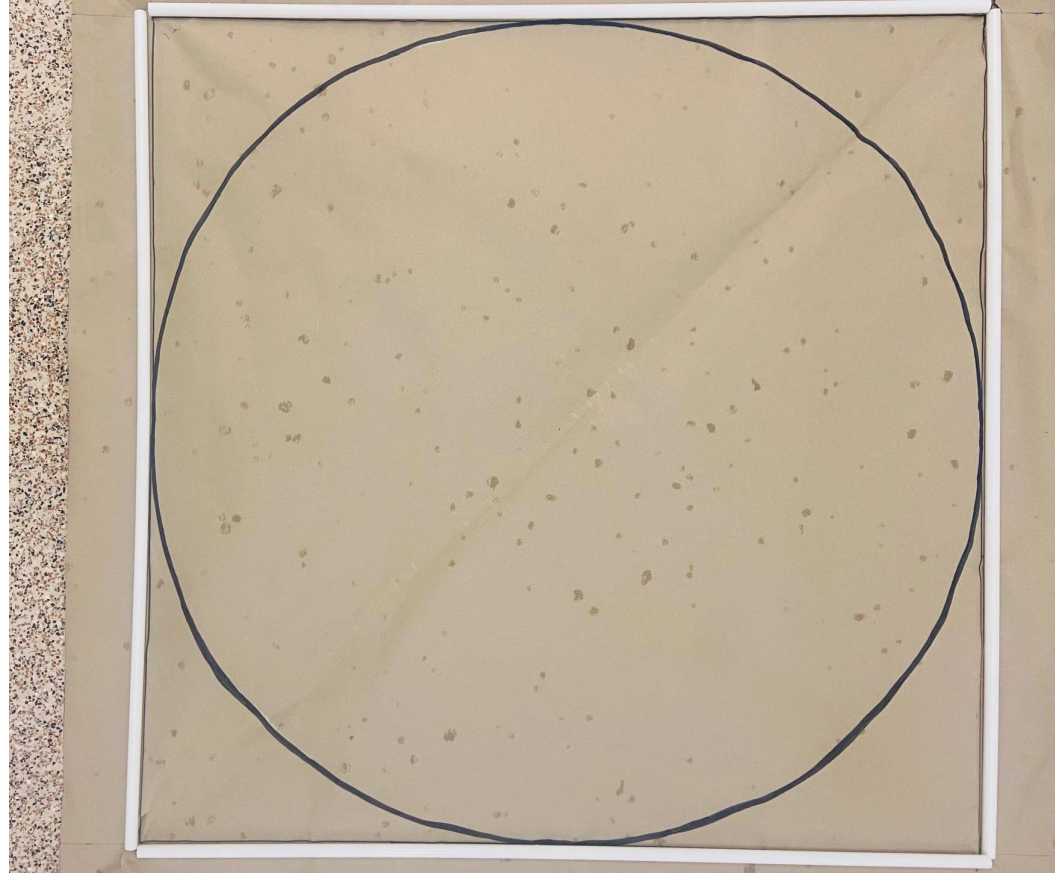


Punts totals: 25

Punts interiors al triangle: 4

$$\text{Estimació} \approx 19.8 \frac{4}{25} = 3.168$$





$$4 \cdot \frac{139}{169} \approx 3,29$$

mmaca
tarragona

D. Utilització de nombres aleatoris en càlculs de probabilitats. Simulacions. #ALG.PC

Per treballar el saber #4. EST.PI.D, cal tenir en compte que moltes vegades trobar un resultat d'un procés o l'avaluació d'una expressió pot resultar molt difícil perquè no tenim a l'abast els coneixements matemàtics necessaris o perquè sigui molt llarg i es pren la decisió de fer moltes simulacions aleatòries que ens poden donar una bona aproximació al resultat.

El Mètode Montecarlo Simulacions de l'atzar Les tres vespes

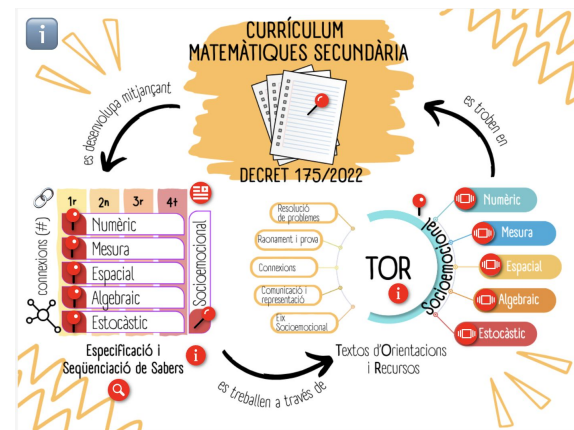
Un dels mètodes que es fa servir és el Mètode Montecarlo, ideat inicialment per John von Neumann i Stanislaw Ulam al laboratori de Los Álamos, al projecte Manhattan. Podem trobar-ne una explicació detallada al capítol [Ruletas y bombas atómicas: EL MÉTODO MONTECARLO](#) de la sèrie Derivando d'Eduardo Sáenz de Cabezón.

Una primera activitat que es podria fer a classe utilitzant aquest mètode és trobar una aproximació de π .

Dibuixem un quadrat de costat 2 unitats i hi inscrivim un cercle de radi 1 unitat. L'àrea del quadrat serà de 4 unitats quadrades i l'àrea del cercle serà de π unitats quadrades.

Ara tirarem grans d'arròs a l'atzar dintre del quadrat. Cal esperar que la proporció entre els grans d'arròs que caiguin dintre del cercle respecte dels que han caigut dintre del quadrat seguirà la proporció

$\frac{\pi}{4}$

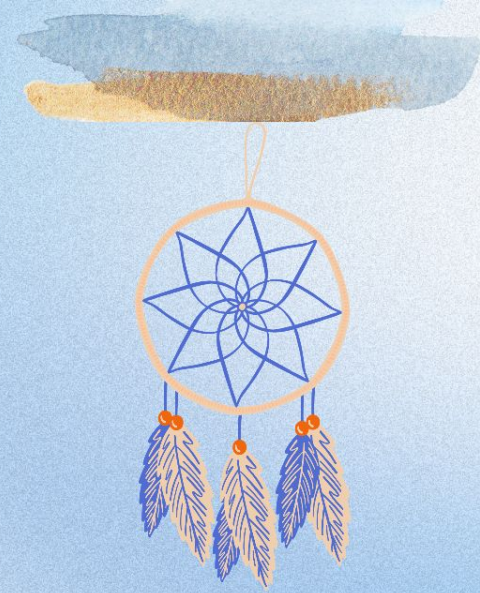


https://projectes.edigital.cat/orientacions-curriculars/mat_sec/predictibilitat_i_incertesa3.html?utm_source=chatgpt.com#exe-udlContent-block-id888-4

El meu somni

Que les matemàtiques...

- ... tinguin sentit
- ... siguin més que aritmètica
- ... siguin alegres
- ... siguin significatives
- ... siguin creatives
- ... estiguin plenes de preguntes fascinants
- ... obrin molts camins cap a les solucions
- ... siguin amigables
- ... resolguin grans problemes i facin que el món sigui millor
- ... els permetin aprendre a la seva manera
- ... estiguin connectades a les seves vides
- ... els facin preguntar "per què" i no només "com"
- ... siguin boniques





Quanta matemàtica hi cap dins d'una peça?

Tanta com estiguem disposats a imaginar!

Moltes gràcies!



Núria Serra

nserra32@xtec.cat

mmaca
tarragona