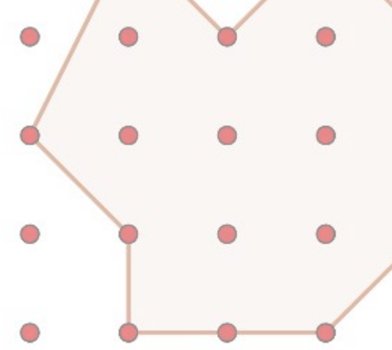
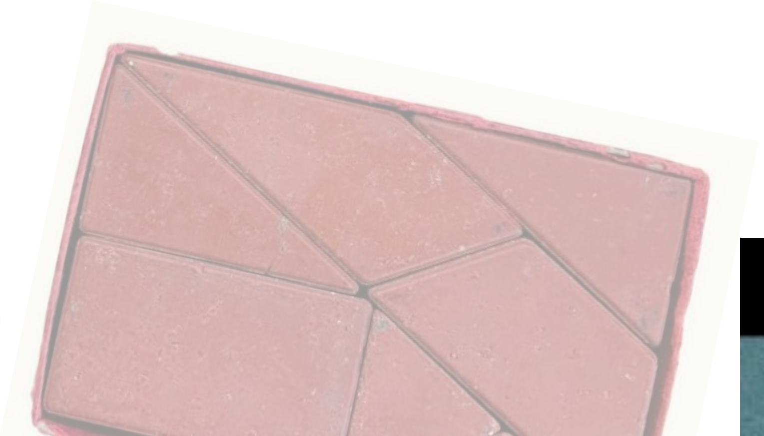
Quanta matemàtica hi cap dins d'una peça?



Una història de superfícies, aproximacions i punts de vista



Núria Serra
nserra32@xtec.cat

mmaca
tarragona

“Les matemàtiques són un excel·lent company de viatge. No surti de casa sense elles.”

Claudi Alsina

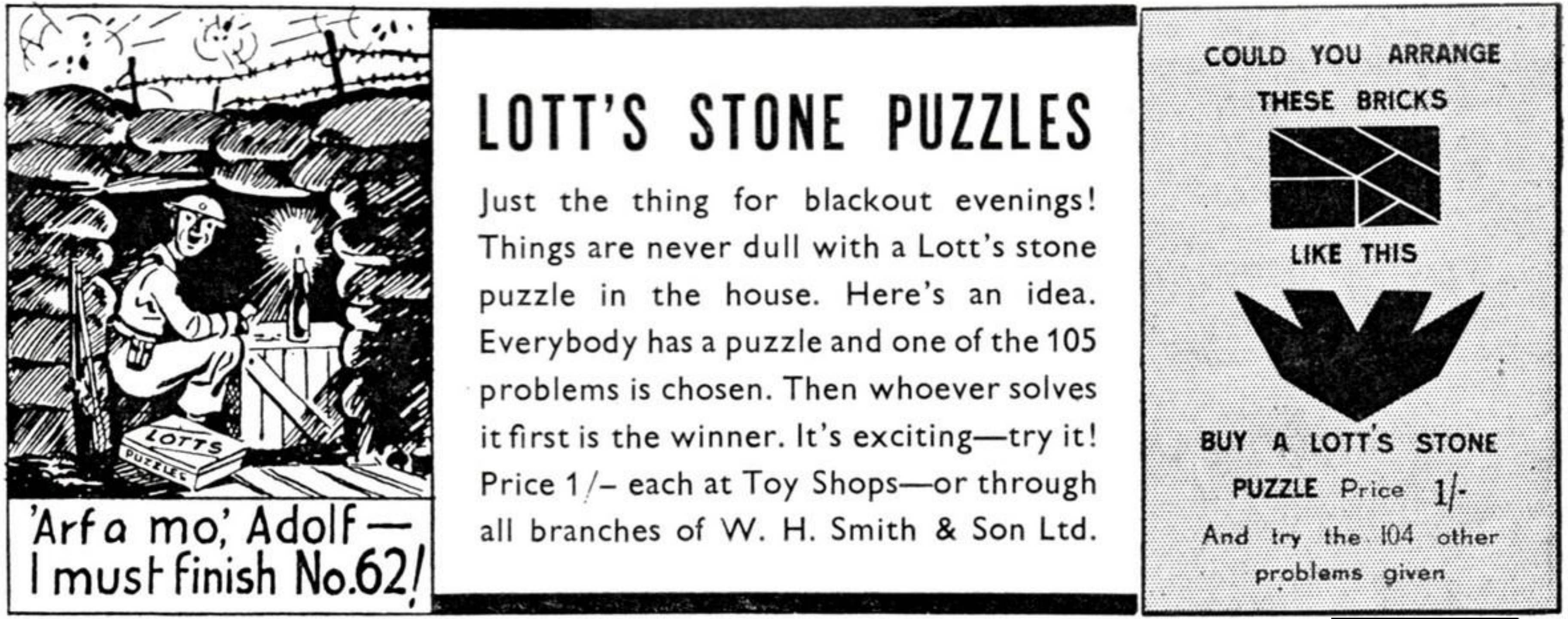
Entrevista al bloc Matemáticas y sus fronteras, 2012

mmaca
tarragona

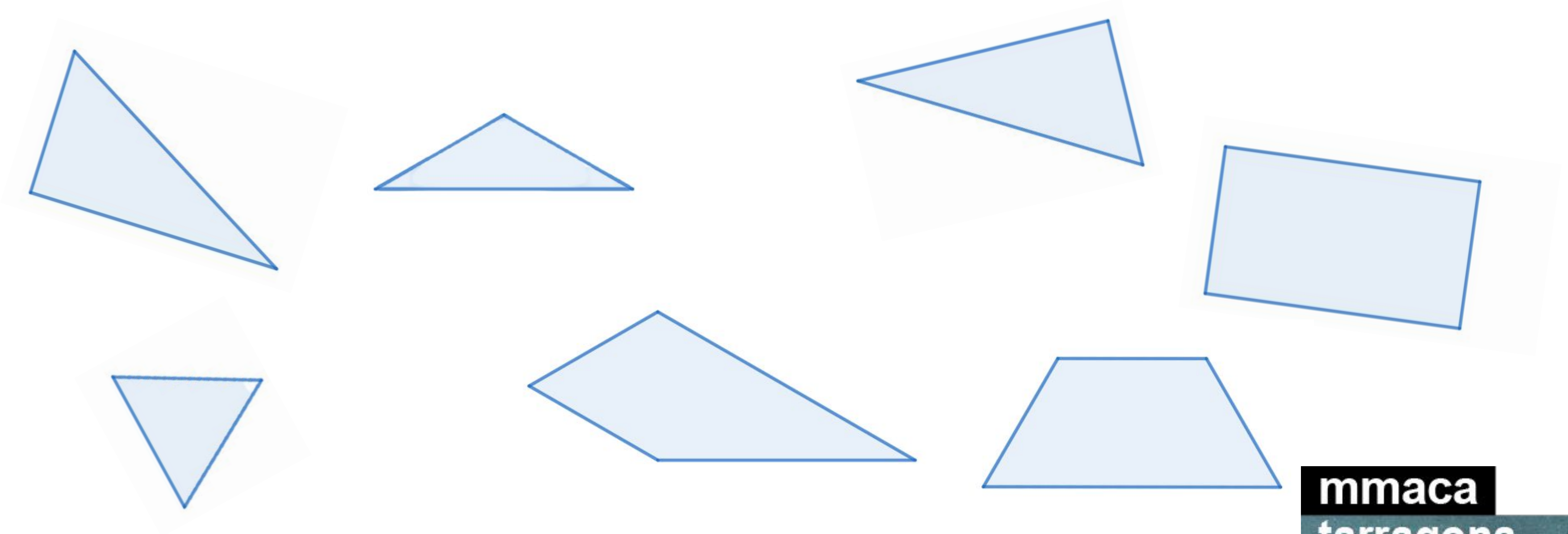
Puzzle de Lott, Sphinx o tangram de Van Hiele

mmaca
tarragona

Puzzle de Lott, Sphinx o tangram de Van Hiele



Com podem saber la superfície de cada peça si només disposem de les peces mateixes?

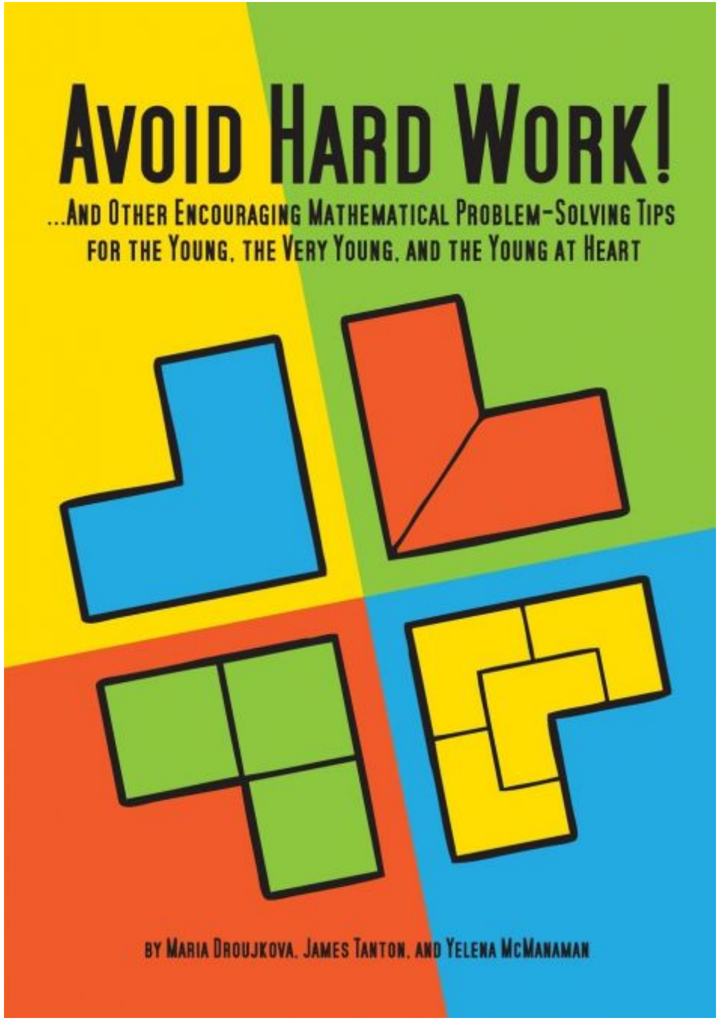


mmaca tarragona

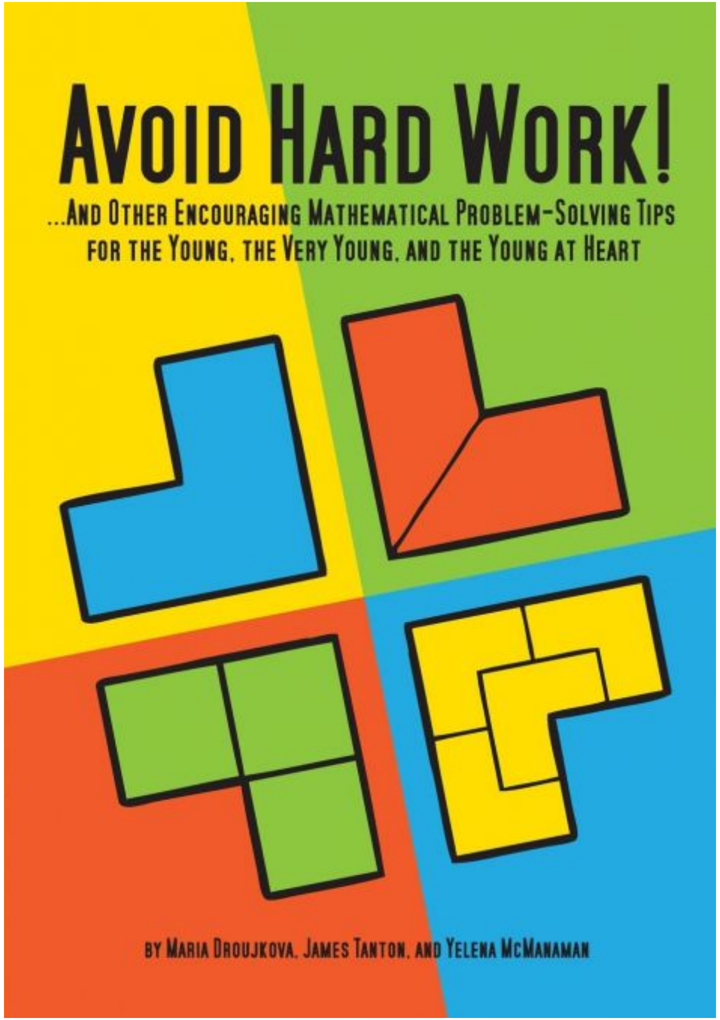
"És molt millor resoldre un problema de cinc maneres diferents, que resoldre cinc problemes d'una sola manera"

George Polya

mmaca
tarragona



mmaca
tarragona



FES ALGUNA COSA!

mmaca tarragona

Comparem?

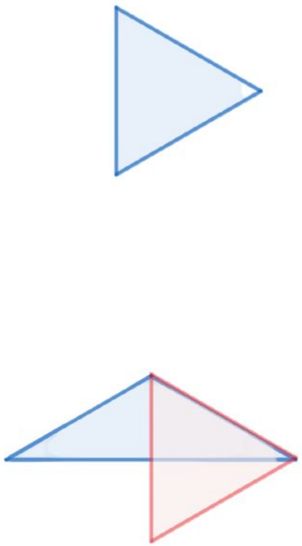
mmaca
tarragona

Comparem?

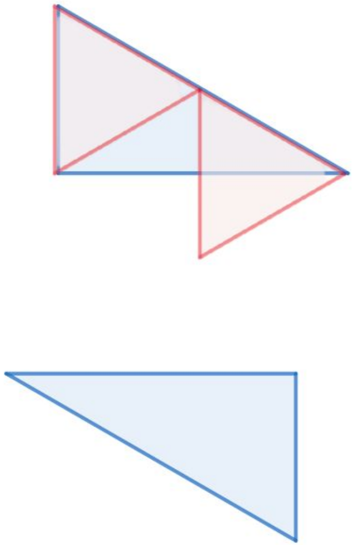
mmaca
tarragona

Comparem? El triangle equilàter com a unitat de mesura

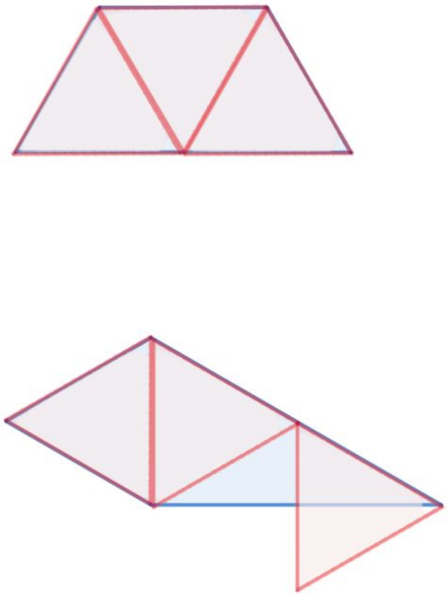
1 triangle equilàter de superfície



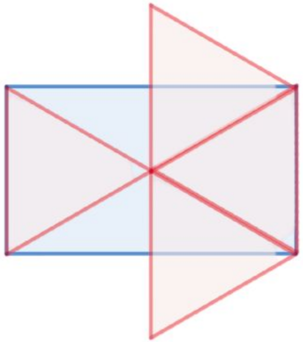
2 triangles equilàters de superfície



3 triangles equilàters de superfície



4 triangles equilàters de superfície



mmaca tarragona

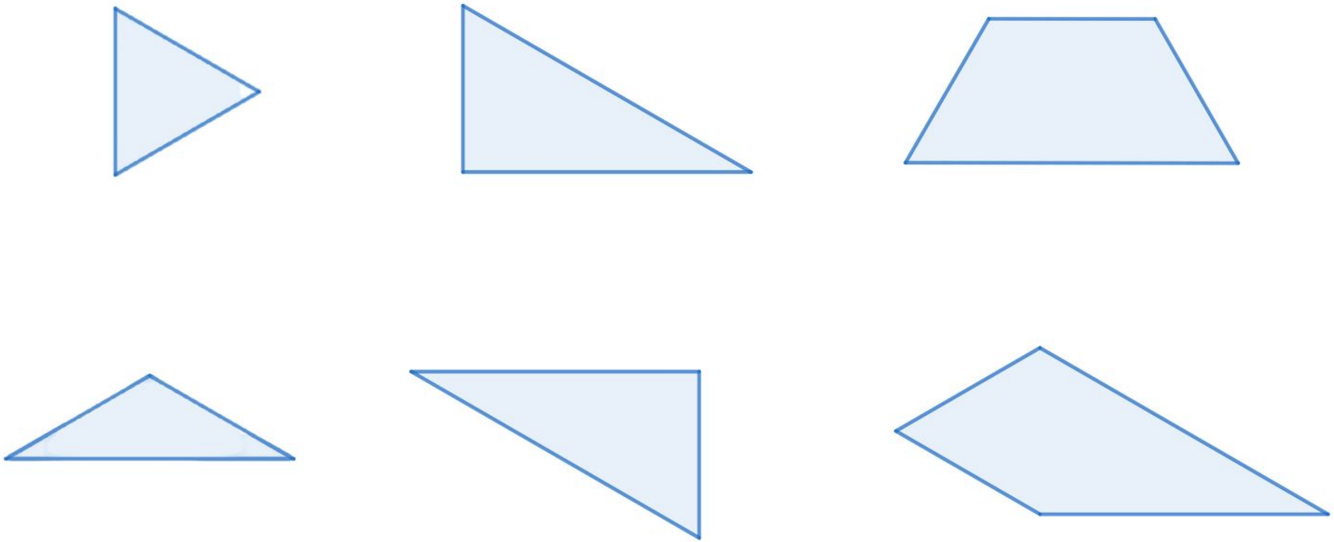
Comparem? El triangle equilàter com a unitat de mesura

1 triangle equilàter de superfície

2 triangles equilàters de superfície

3 triangles equilàters de superfície

4 triangles equilàters de superfície



mmaca tarragona

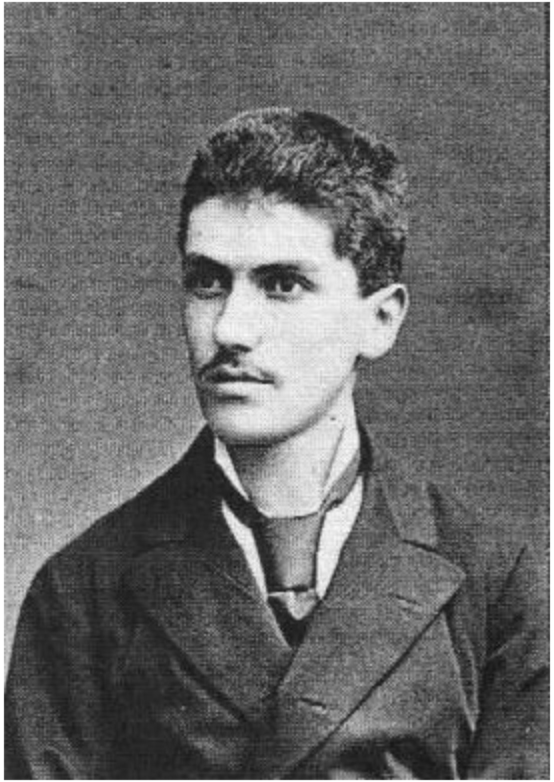
Però…

si volem unitats de mesura convencionals, què fem?

Comptar en lloc de mesurar!

Georg Alexander Pick

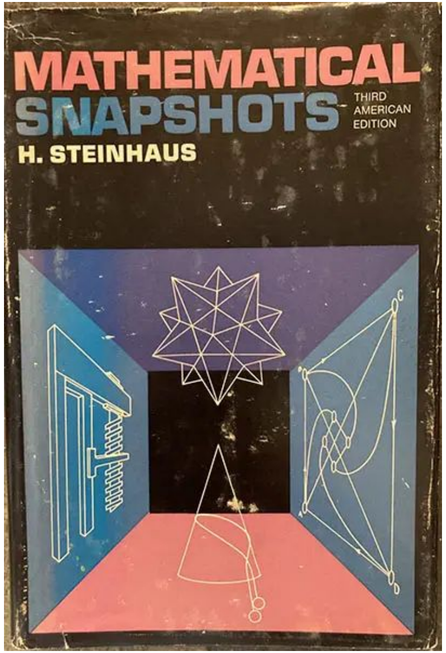
(Viena, 10 d'agost de 1859 - Theresienstadt, 26 de juliol de 1942)

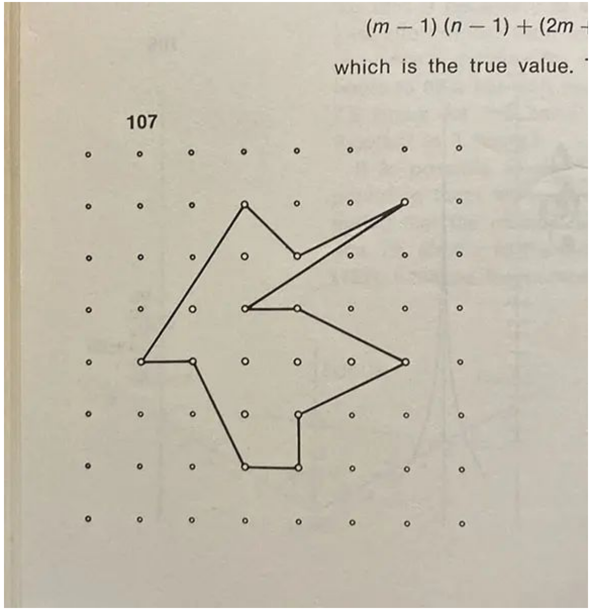


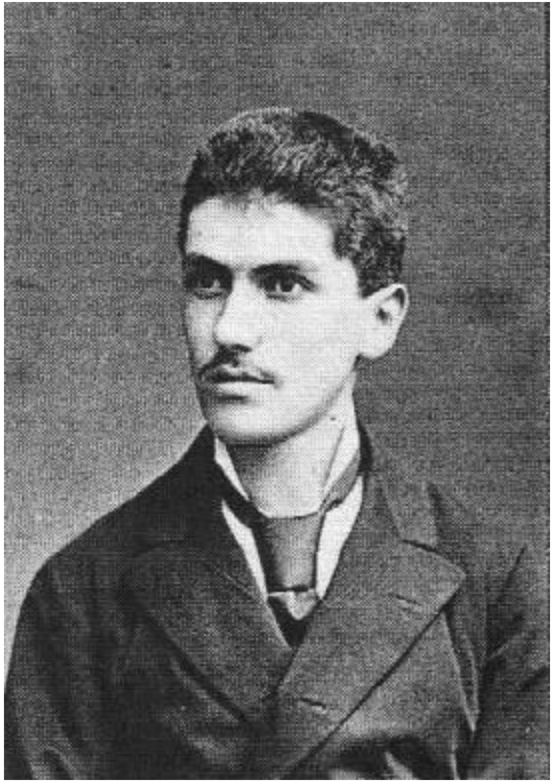
mmaca tarragona

Georg Alexander Pick

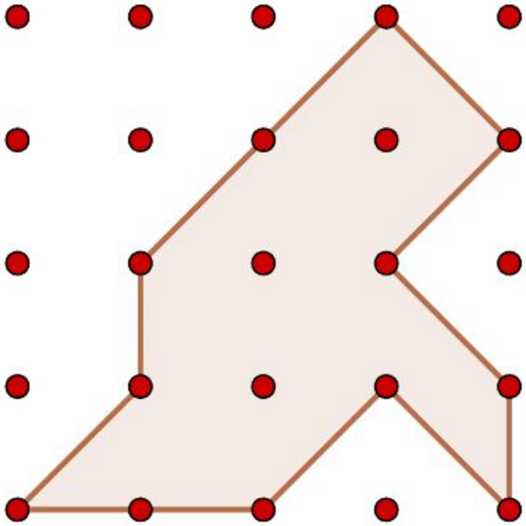
(Viena, 10 d'agost de 1859 - Theresienstadt, 26 de juliol de 1942)





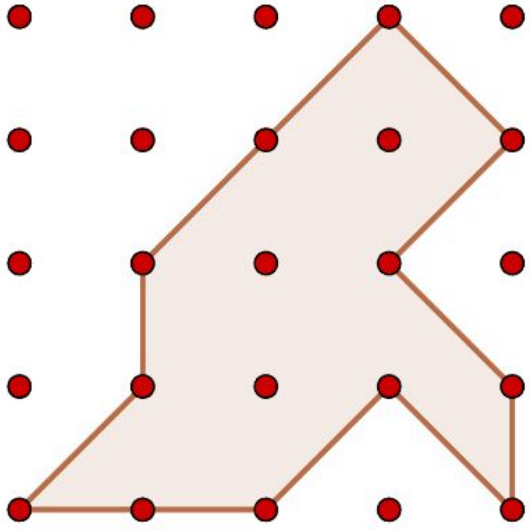


mmaca
tarragona



mmaca
tarragona

Fórmula de Pick



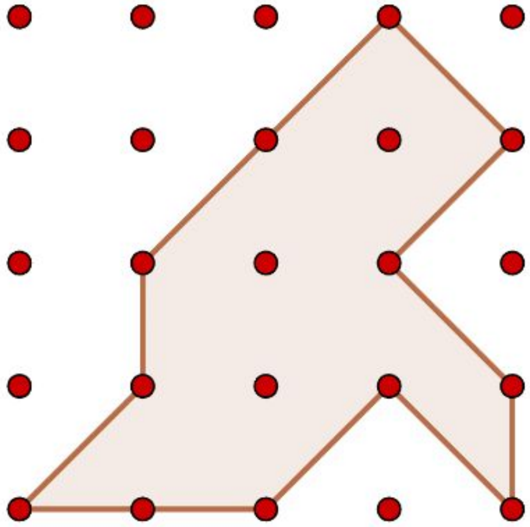
$\boldsymbol{I}$ (Nombre de punts interiors)

$\boldsymbol{C}$ (Nombre de punts que estan al contorn)

$$A = \frac{C}{2} + I - 1$$

mmaca tarragona

Fórmula de Pick



$\boldsymbol{I}$ (Nombre de punts interiors)

$\boldsymbol{C}$ (Nombre de punts que estan al contorn)

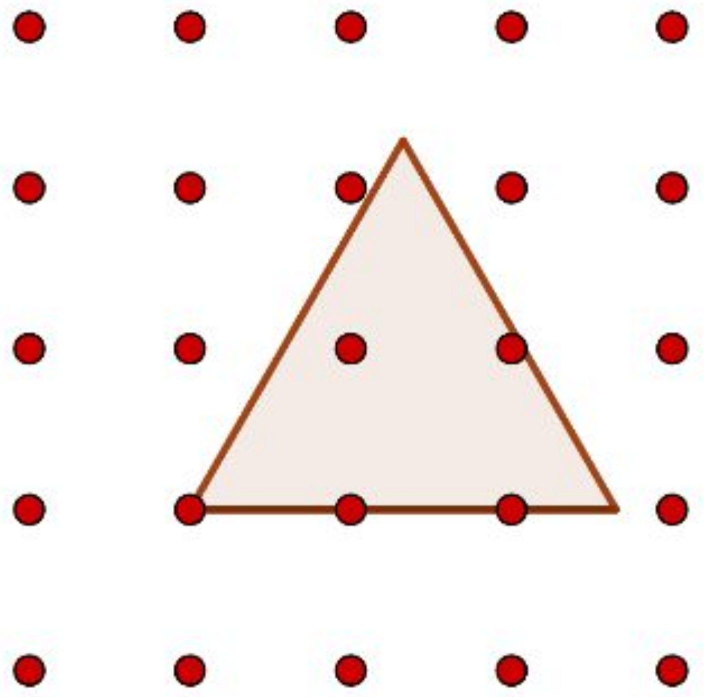
$$A = \frac{C}{2} + I - 1$$

$$A = \frac{12}{2} + 3 - 1 = 8\ dm^2$$

Ho apliquem al nostre triangle?

mmaca tarragona

Tenim un problema...



mmaca tarragona

Què està passant?

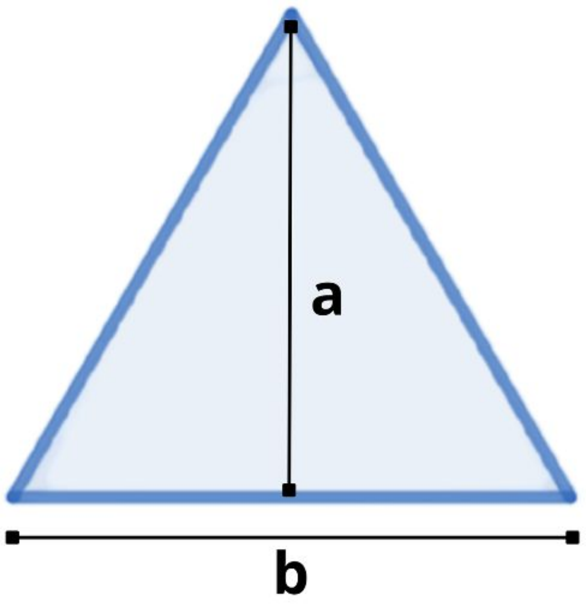
Fórmula de Pick

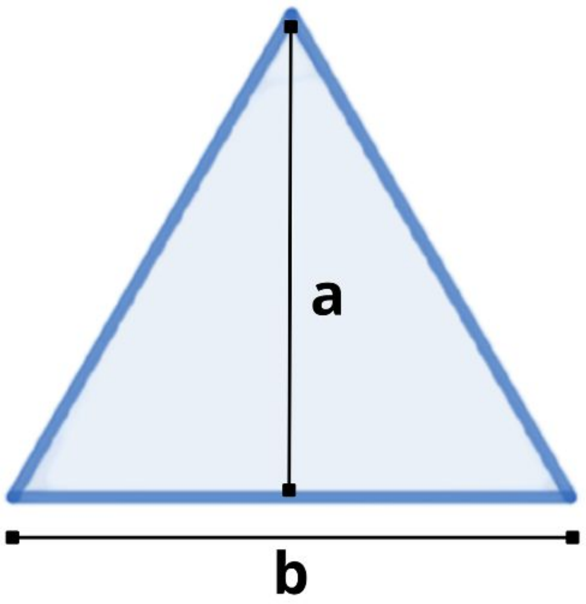
$\boldsymbol{I}$ (Nombre de punts interiors)

$\boldsymbol{C}$ (Nombre de punts que estan al contorn)

$$A = \frac{C}{2} + I - 1$$

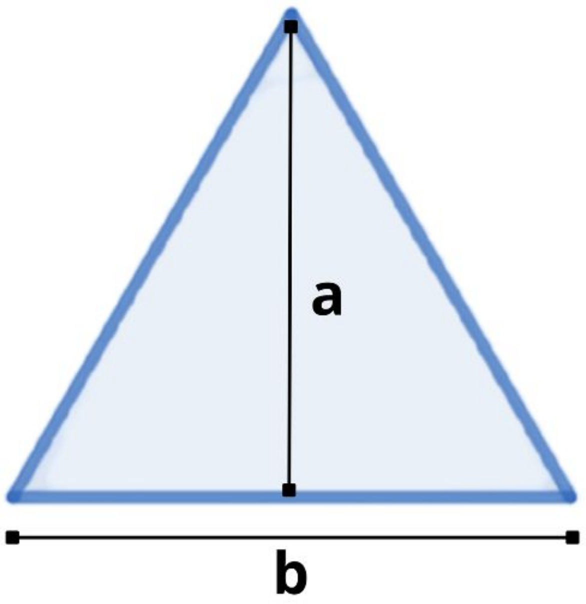
mmaca tarragona


a
b



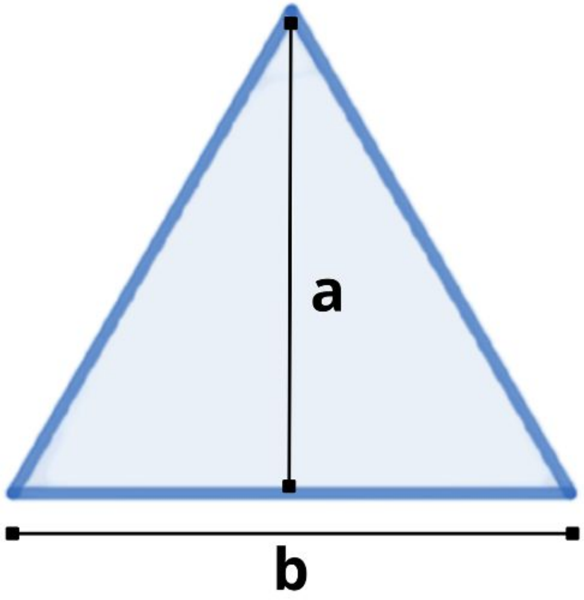
$$b^2 = a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

mmaca
tarragona



$$b^2 = a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$a^2 = \frac{3b^2}{4}, \quad a = \frac{\sqrt{3}b}{2}$$

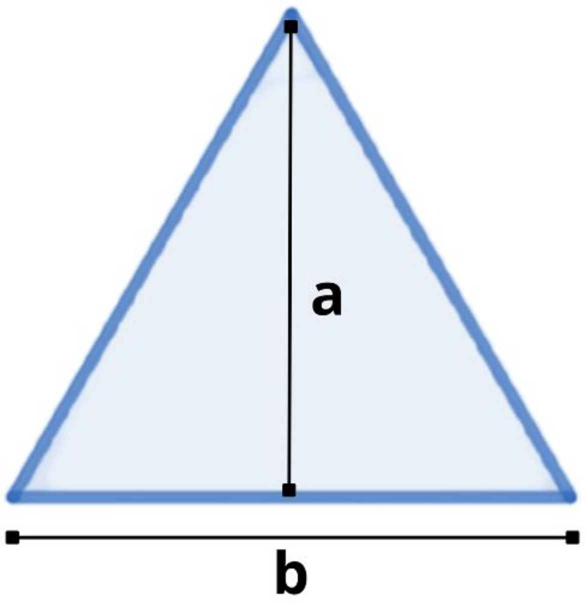


$$b^2 = a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$a^2 = \frac{3b^2}{4}, \quad a = \frac{\sqrt{3}b}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{\sqrt{3}\, b^2}{4}$$

Universos diferents

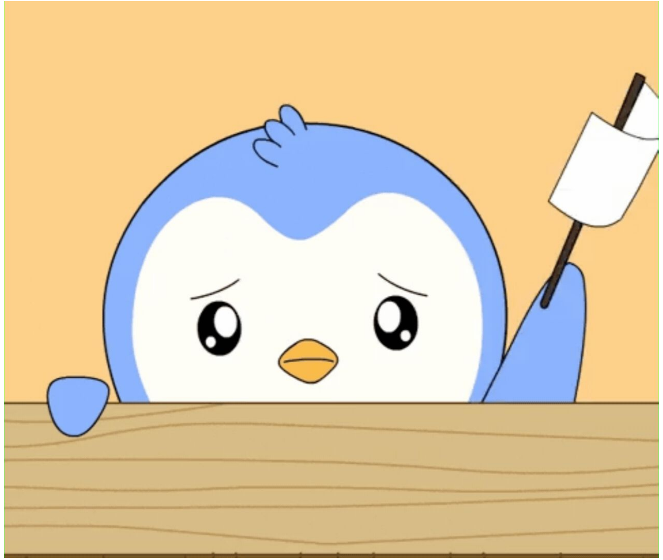


$$b^2 = a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$a^2 = \frac{3b^2}{4}, \quad a = \frac{\sqrt{3}b}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{\sqrt{3}\, b^2}{4}$$

mmaca
tarragona



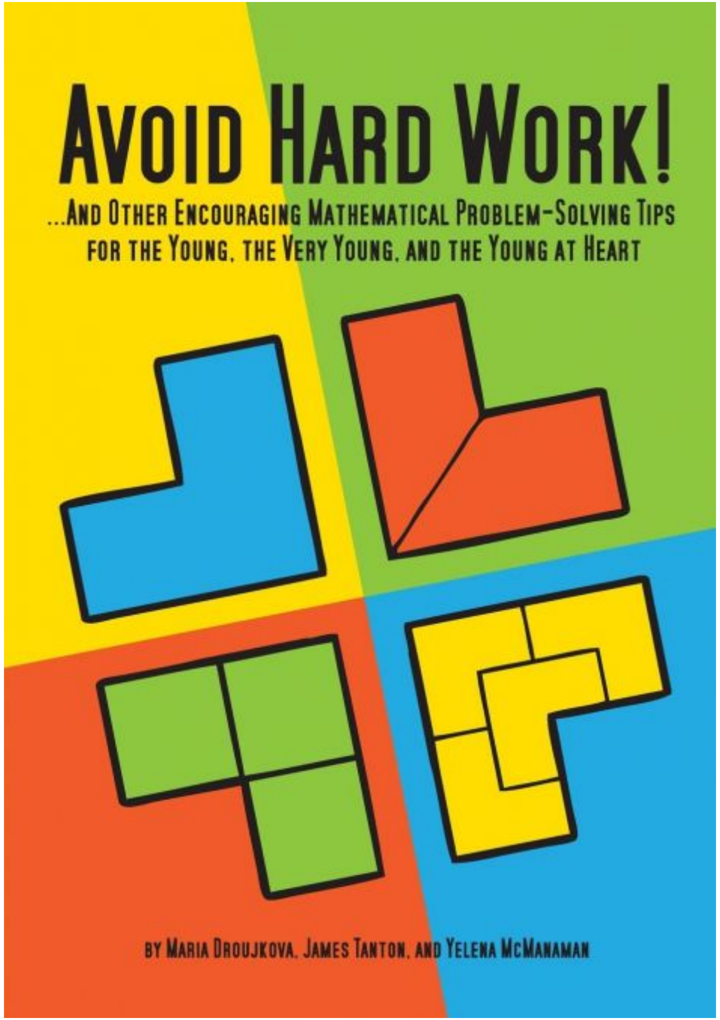
Avui és 7 de maig

I un 7 de maig de 1824...

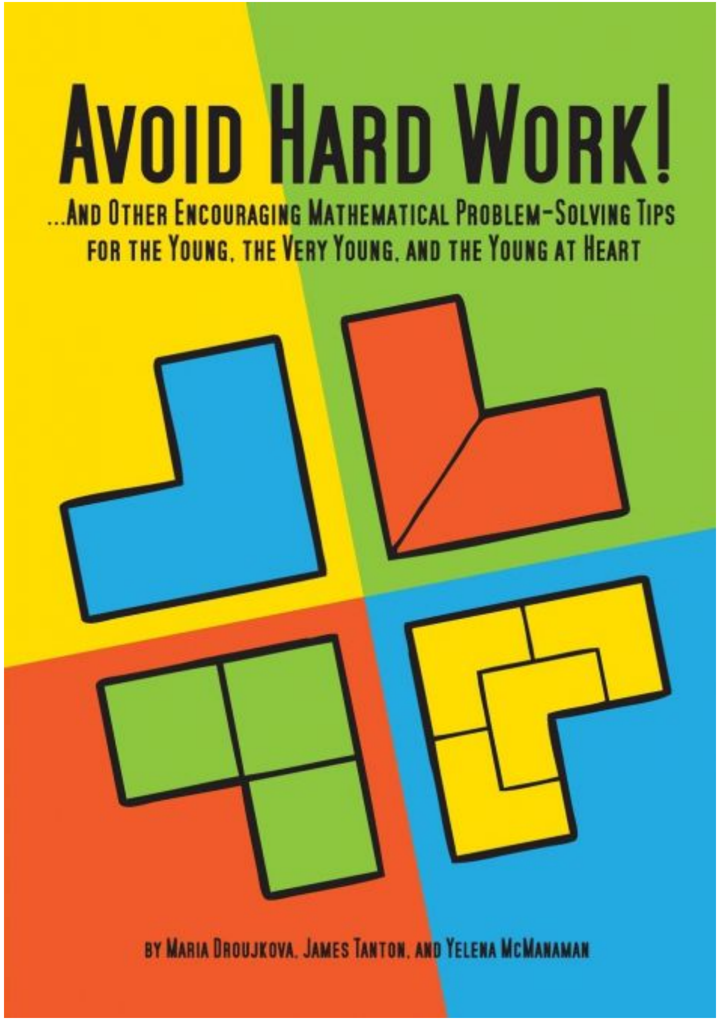
Avui és 7 de maig

I un 7 de maig de 1824…

mmaca
tarragona

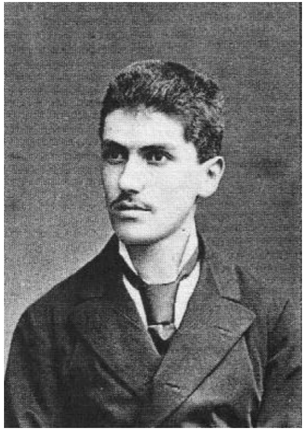


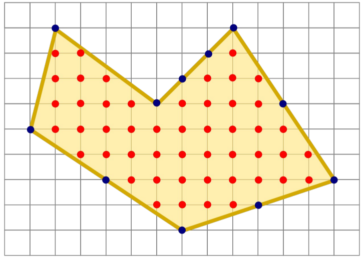
mmaca
tarragona



LA PERSEVERANÇA ÉS LA CLAU!

1899

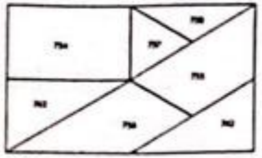




mmaca
tarragona

The Sphinx

The Sphinx Puzzle was one of the many puzzles produced and marketed by the Richter company in Germany. The earliest known example dates from September, 1899. The puzzle was later produced under license by the Lotts Brick Company, in England, who marketed the it under the name Butterfly Puzzle. During the early years of World War 1, British troops found this puzzle to be an ideal way of passing the long, often boring hours spent in the trenches. The same puzzle, Richter's Sphinx Puzzle, was used by the German troops to while away their time.



The dissection for the Sphinx puzzle. Follow the general instructions on page 28.

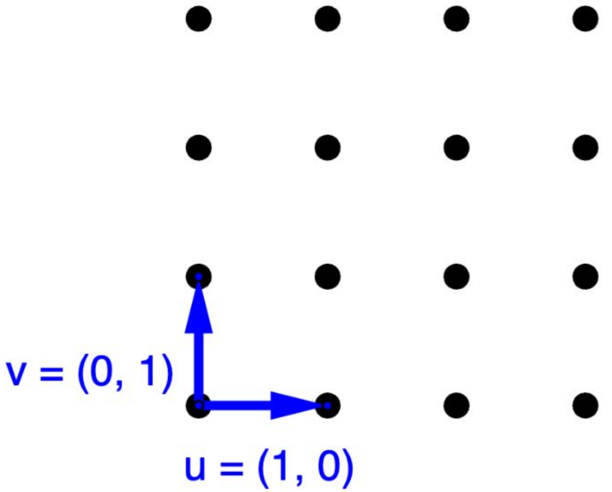
Above right: Here we have two identical puzzles marketed under different names. On the right is Richter's original Sphinx Puzzle together with its accompanying solution booklet. On the far right is the same puzzle produced under license by Lotts Brick Co. in England and marketed under the name of the Butterfly Puzzle.

The advertisement on the right appeared in

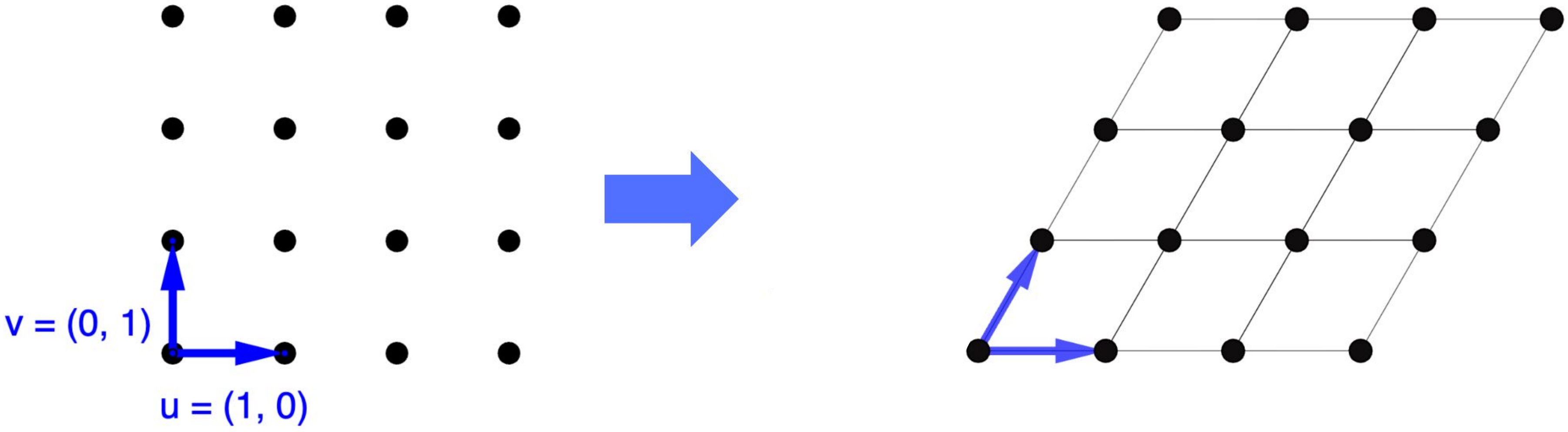
Not only the Sphinx Puzzle, but all the other Anchor Stone Puzzles became very popular among the German

Canvi de mirada, canvi de trama

Canvi de mirada, canvi de trama

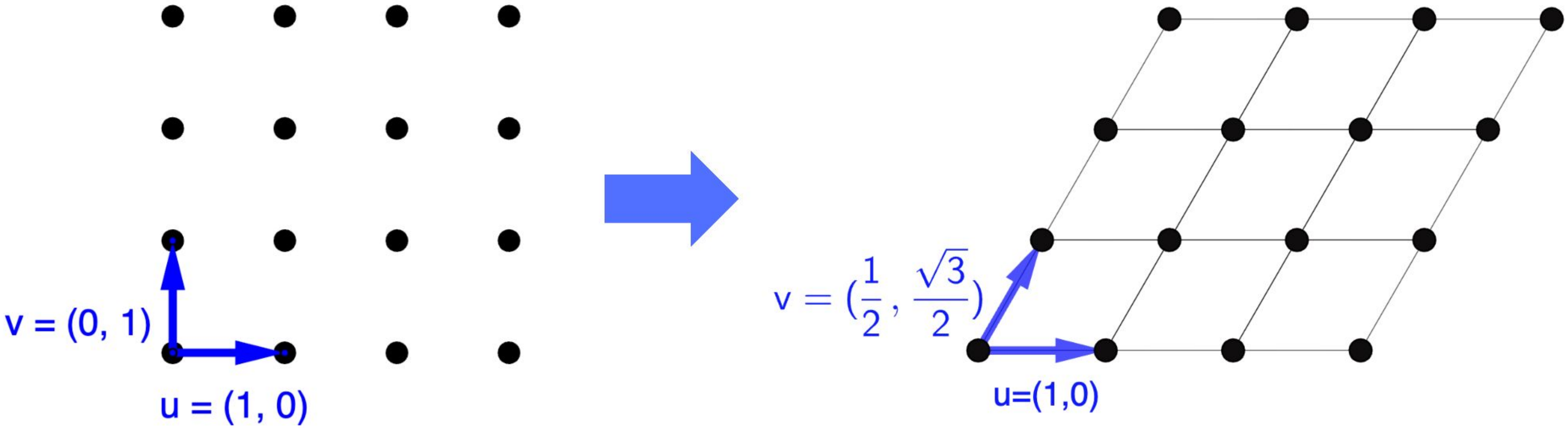


Canvi de mirada, canvi de trama



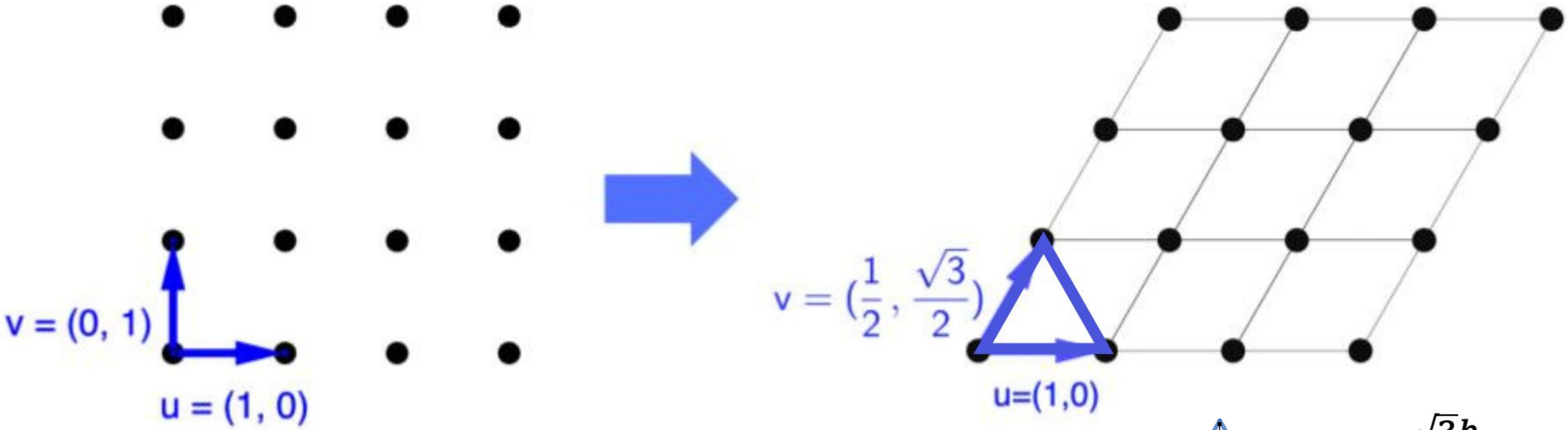
mmaca tarragona

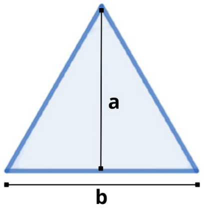
Canvi de mirada, canvi de trama



mmaca
tarragona

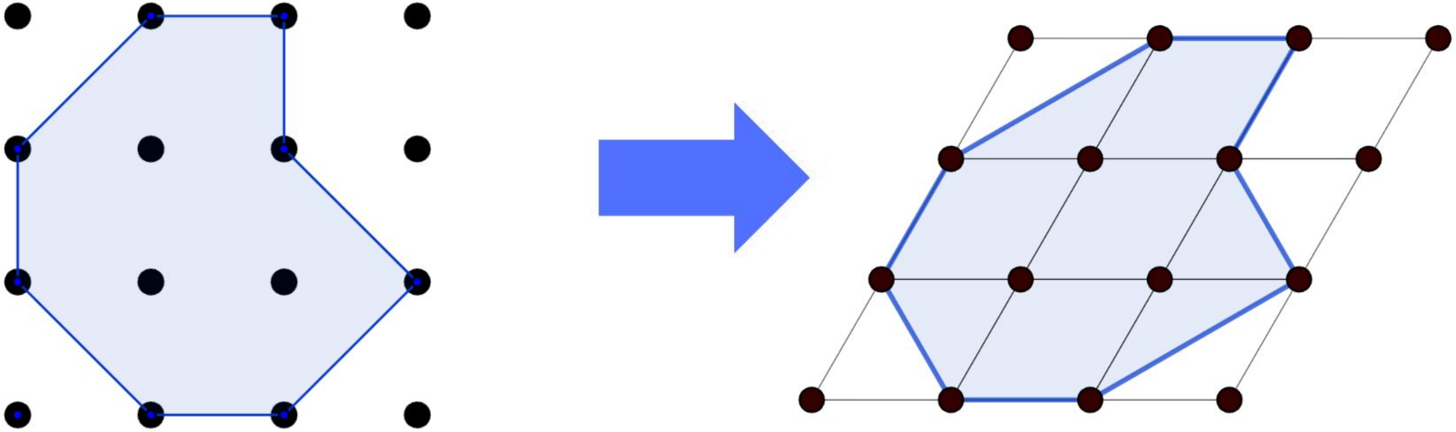
Canvi de mirada, canvi de trama

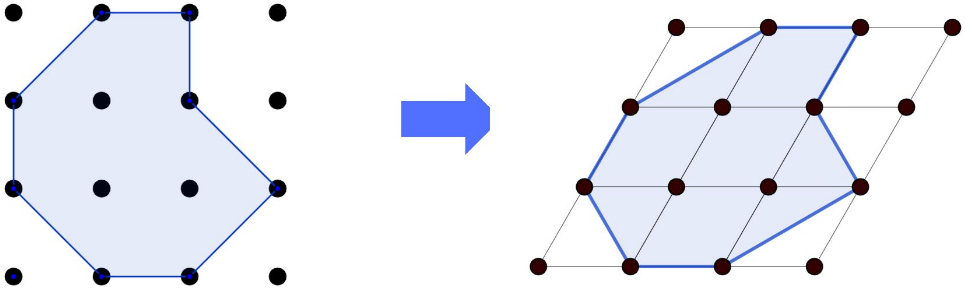


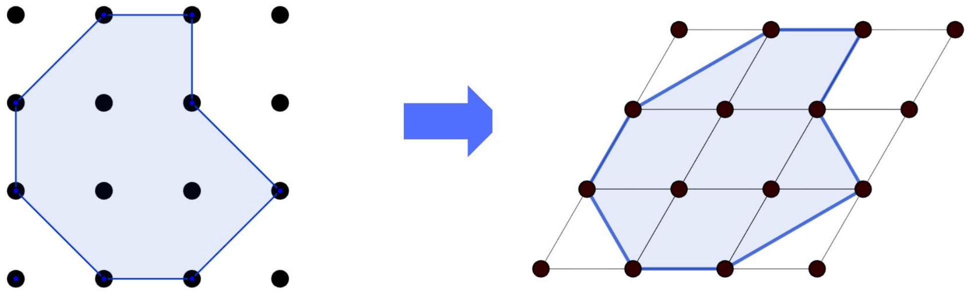


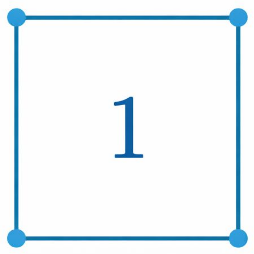
$$a = \frac{\sqrt{3}b}{2}$$

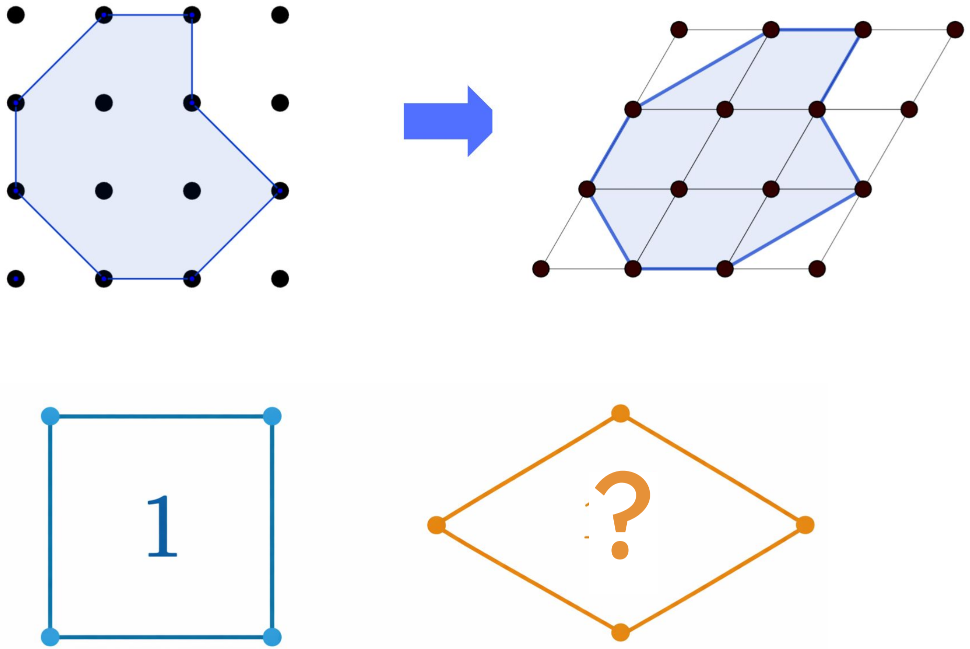
mmaca tarragona





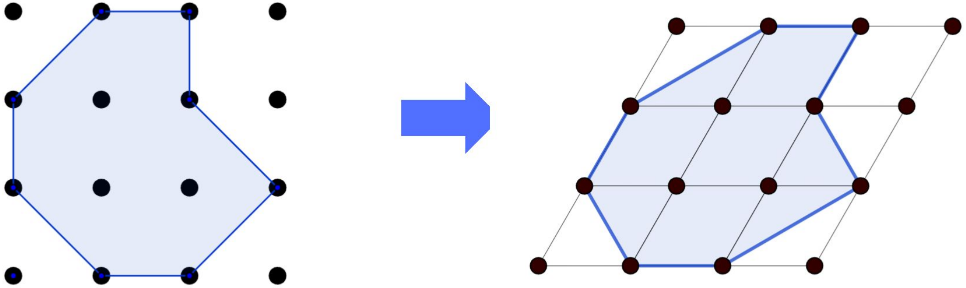


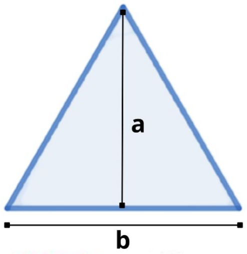

1



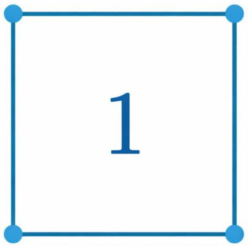
mmaca tarragona

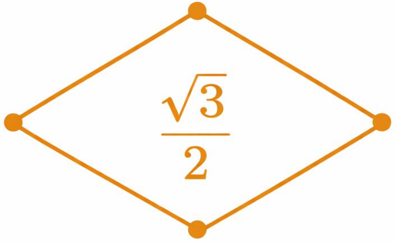
Ja ho tenim!



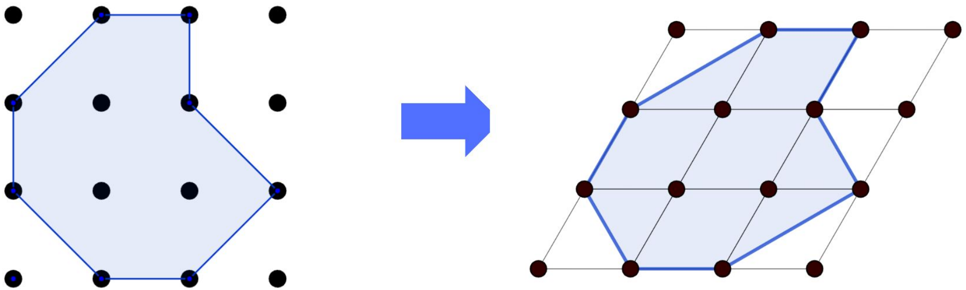


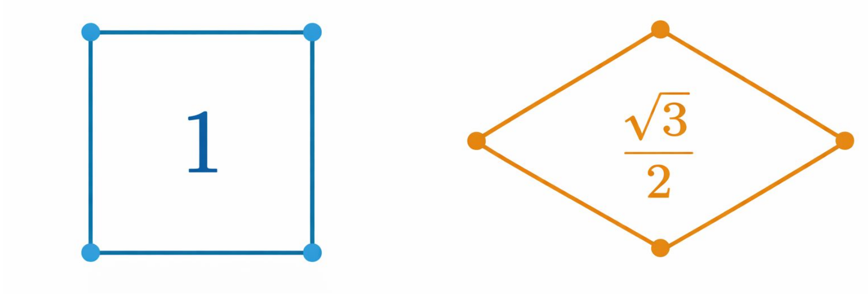
$$\frac{\sqrt{3}\,b^2}{4}$$





Ja ho tenim!

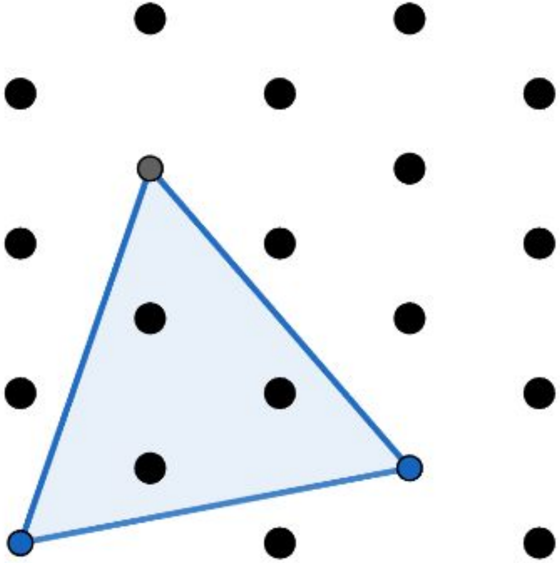




$$A = \left(\frac{C}{2} + I - 1\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

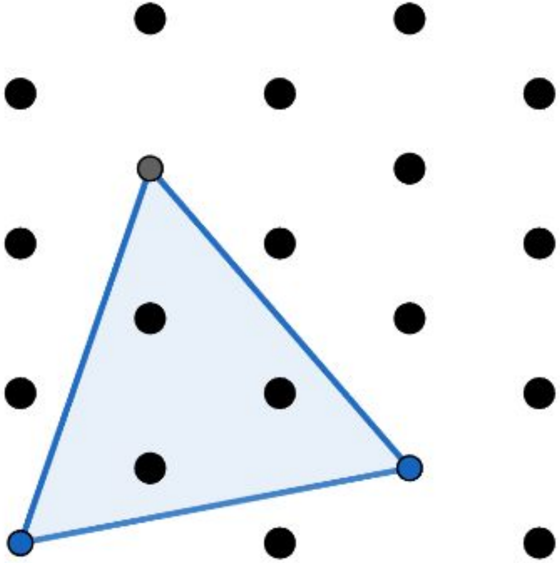
Ja ho tenim!

$$A = \left(\frac{C}{2} + I - 1\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

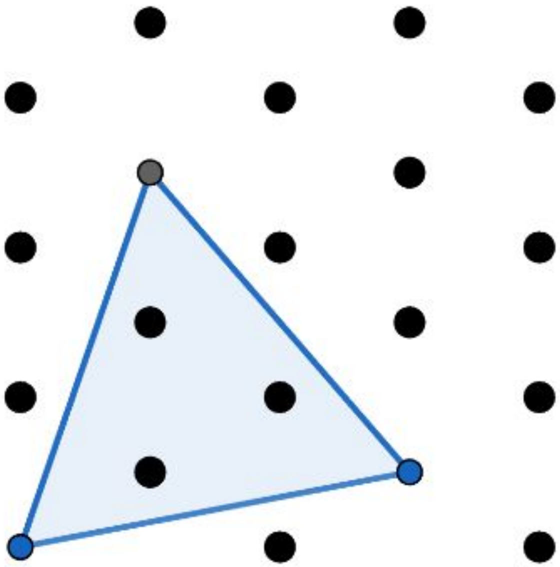


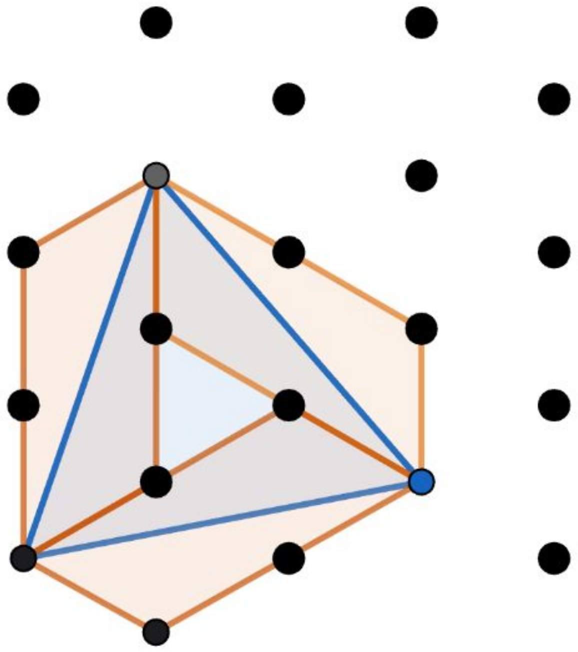
Ja ho tenim!

$$A = \left(\frac{C}{2} + I - 1\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

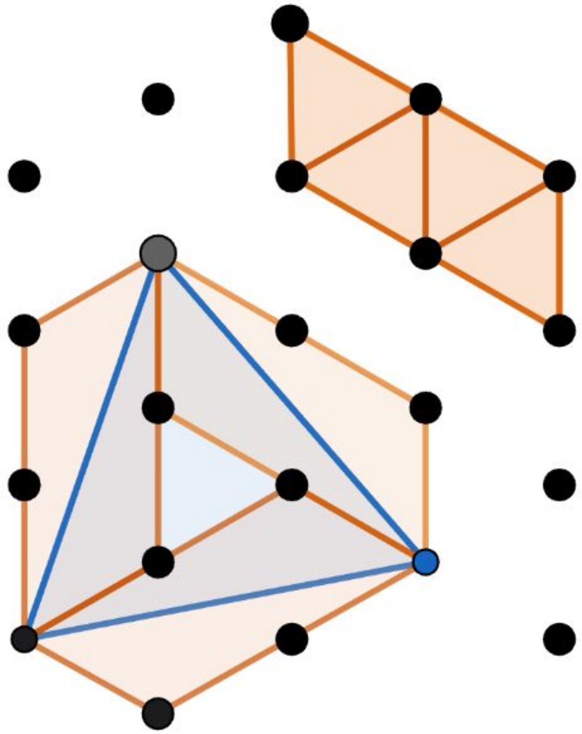


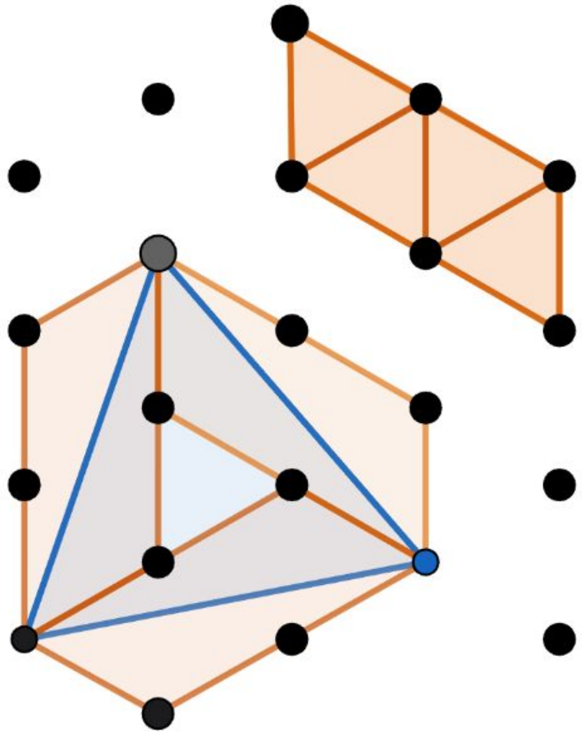
$$A = \left(\frac{3}{2} + 3 - 1\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3{,}03\ dm^2$$

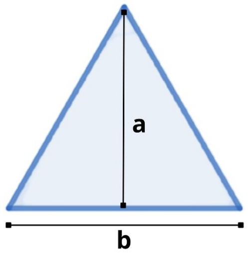




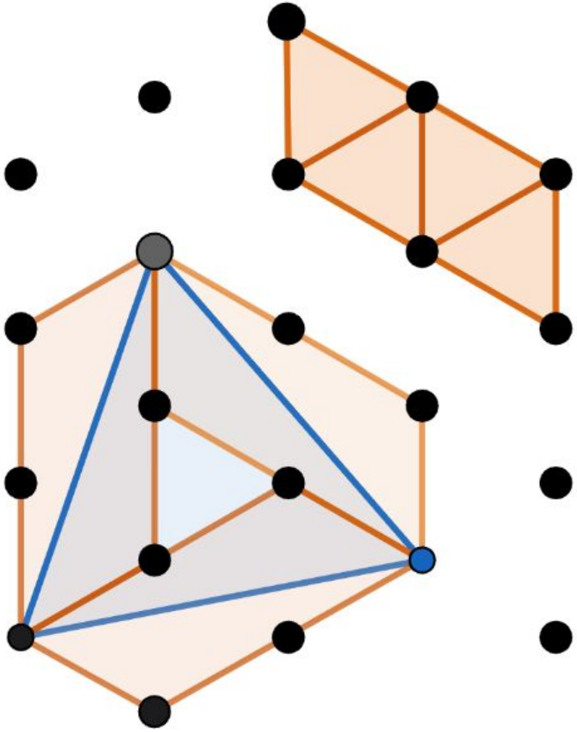
mmaca
tarragona

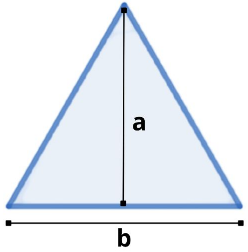






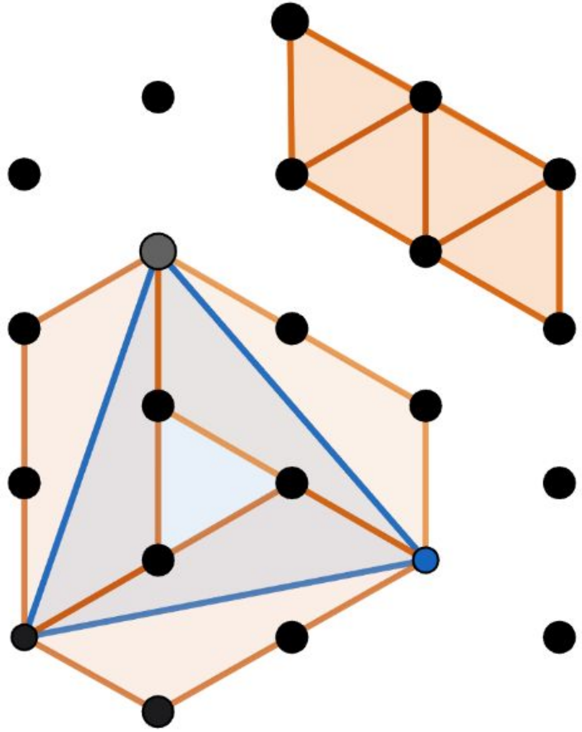
$$\frac{\sqrt{3}\, b^2}{4}$$

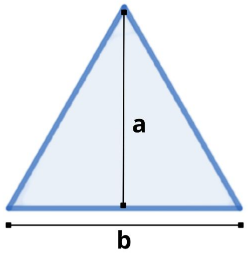




$$\frac{\sqrt{3}\,b^2}{4}$$

$$A_{triangle\ unitat} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$





$$\frac{\sqrt{3}\, b^2}{4}$$

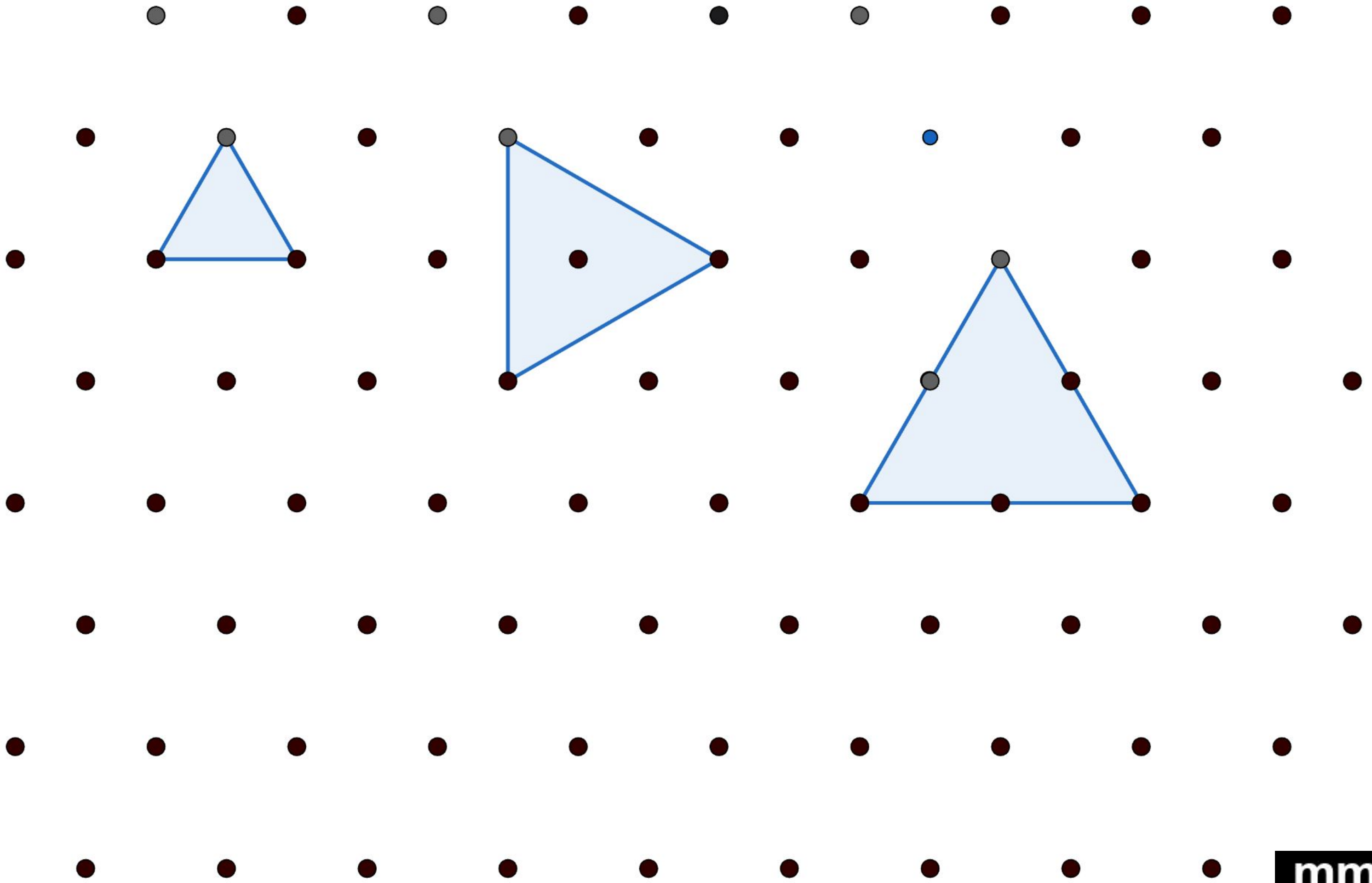
$$A_{triangle\ unitat} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

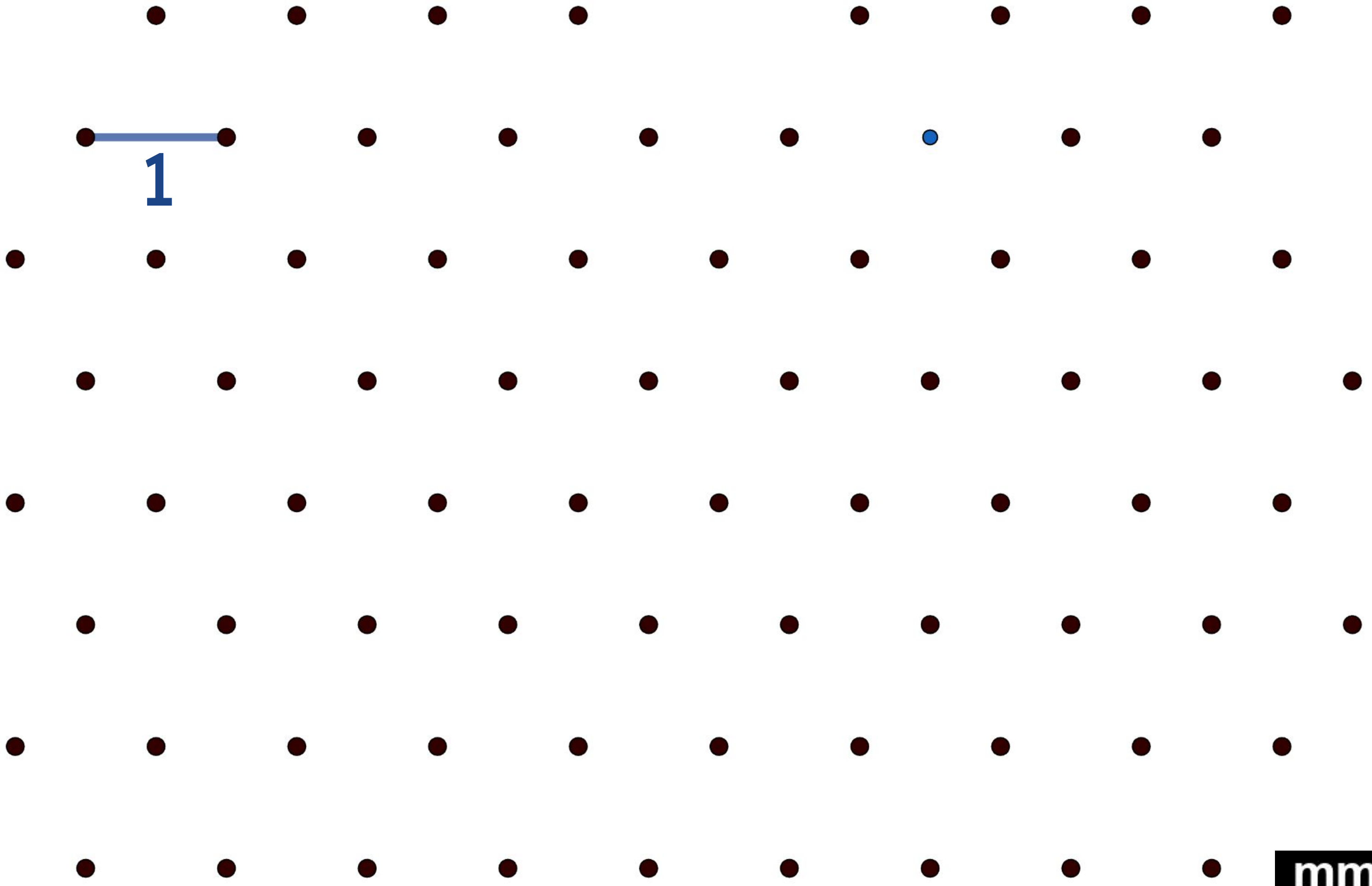
$$A_{triangle} = 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 3{,}03\ dm^2$$

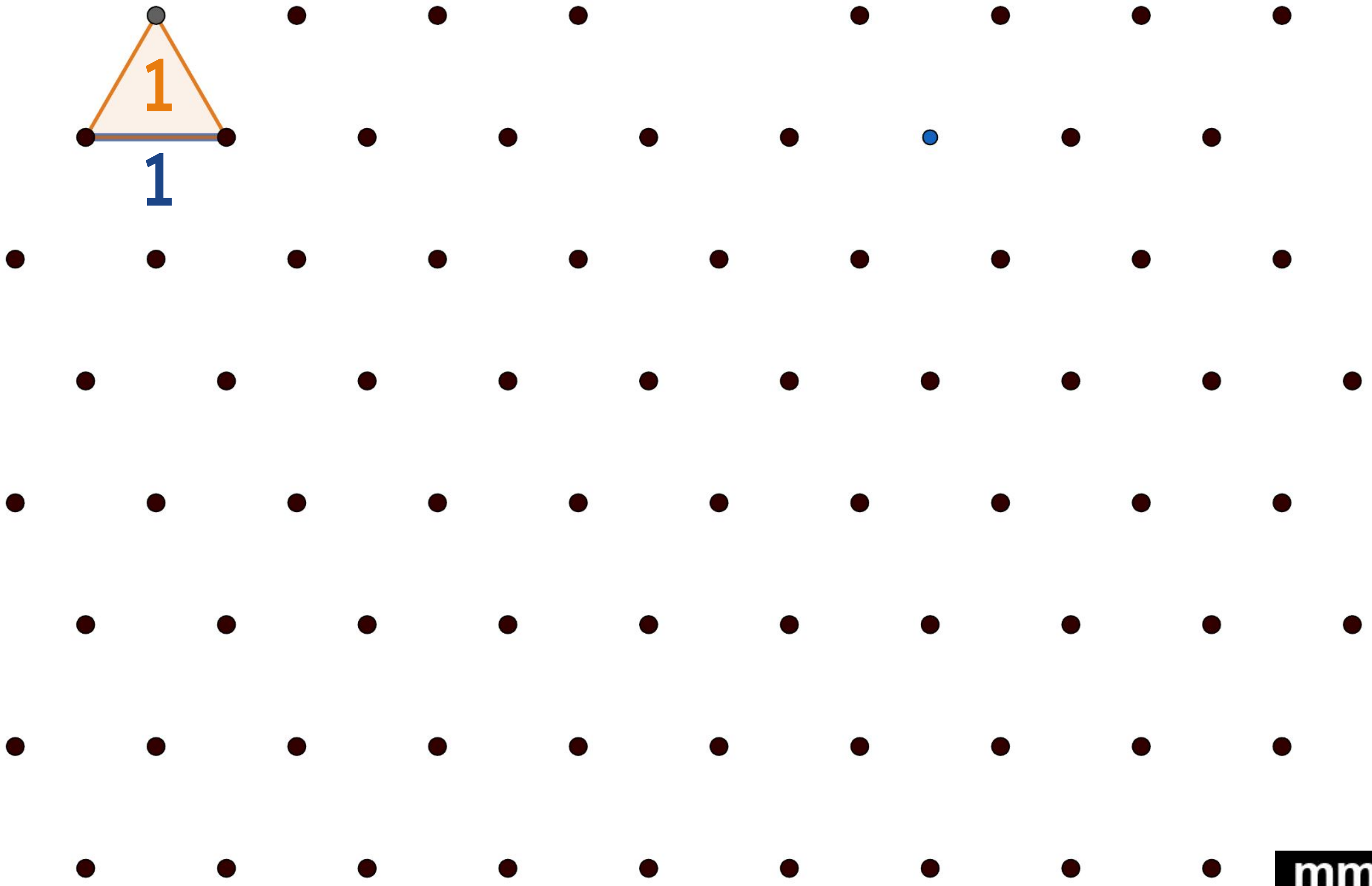
mmaca tarragona

Considerem com a unitat d’àrea el triangle bàsic de la trama.

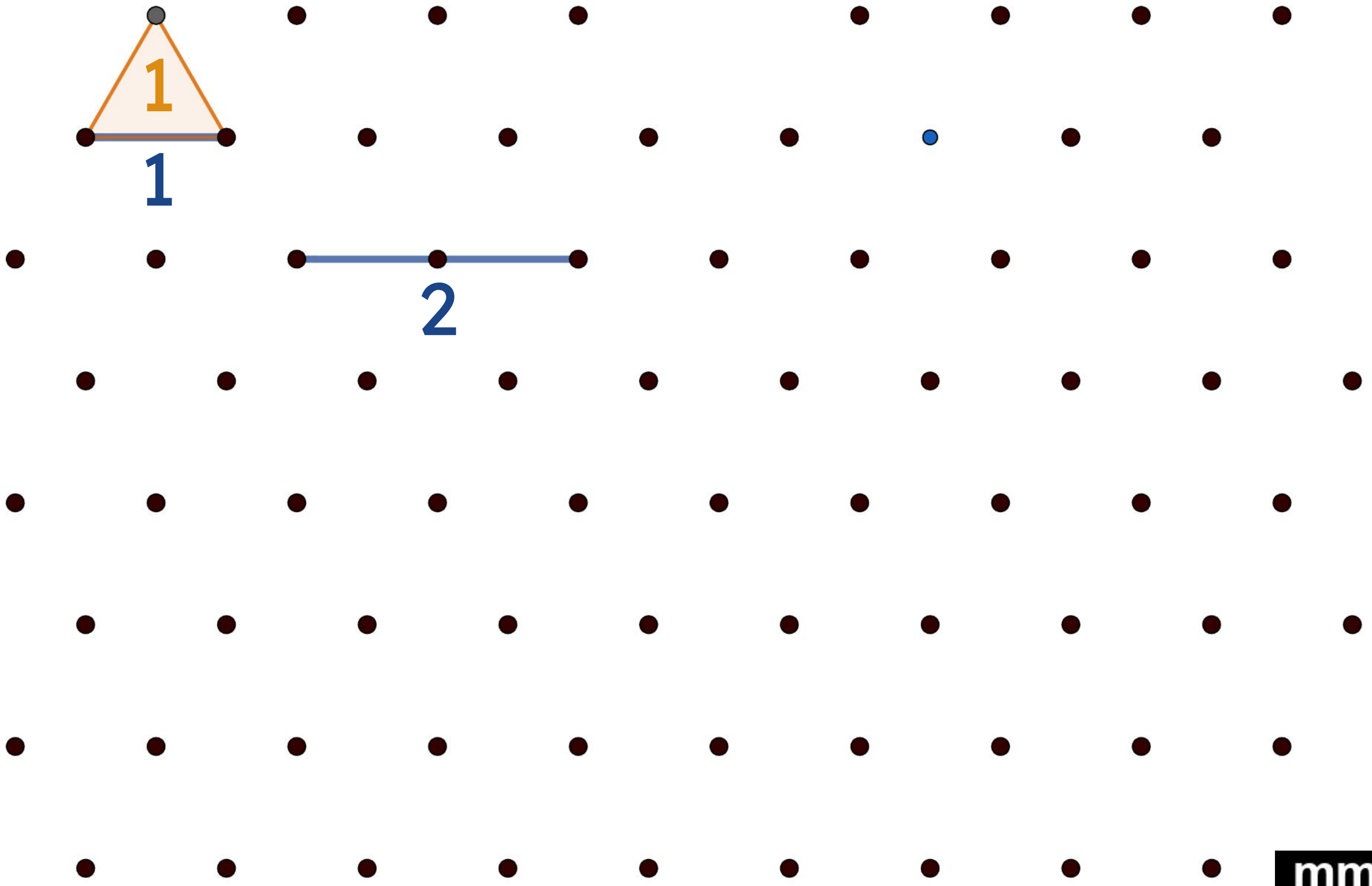
Podem dibuixar triangles equilàters de qualsevol quantitat d’àrea entera sobre una trama isomètrica?

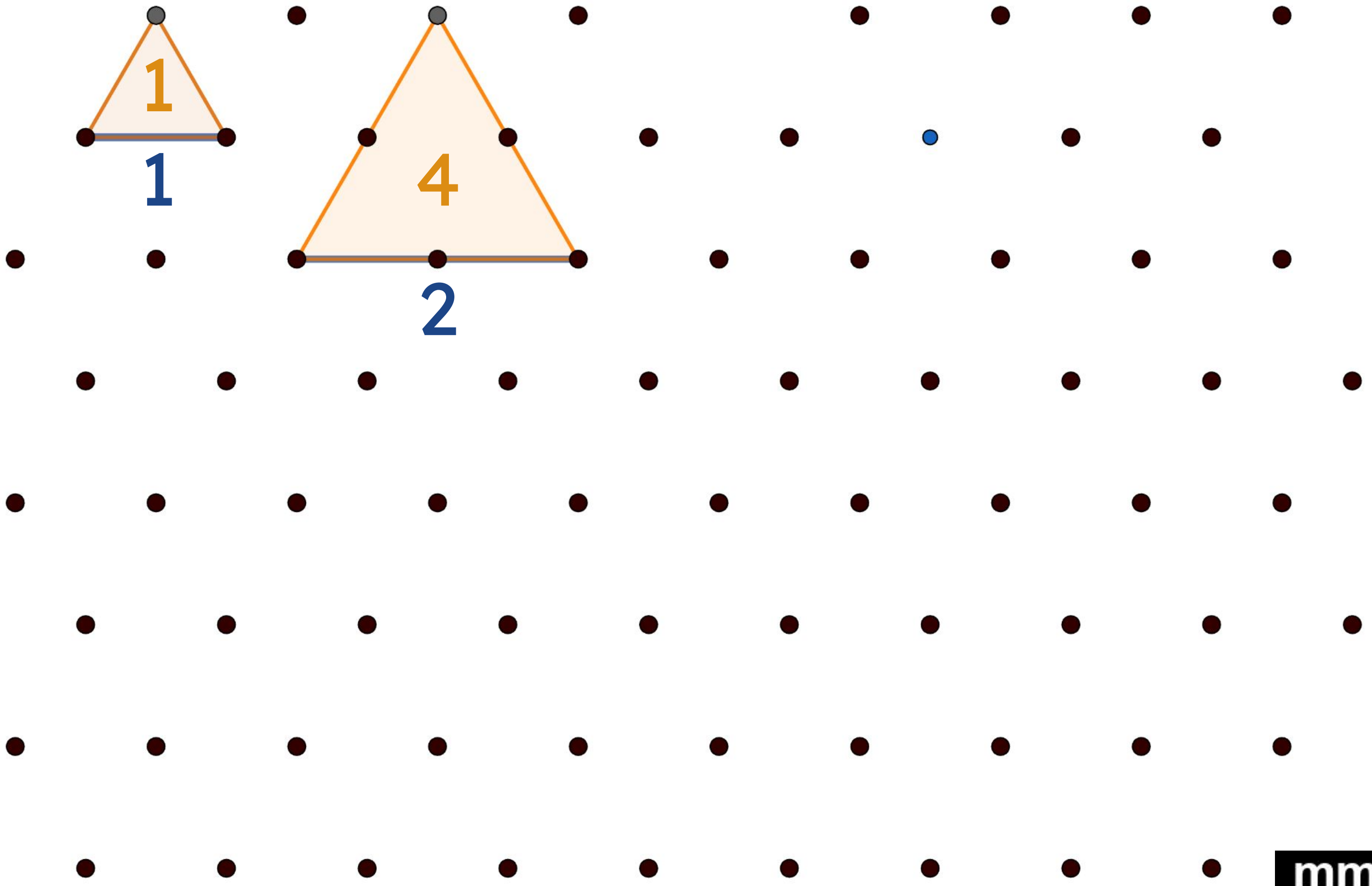



1

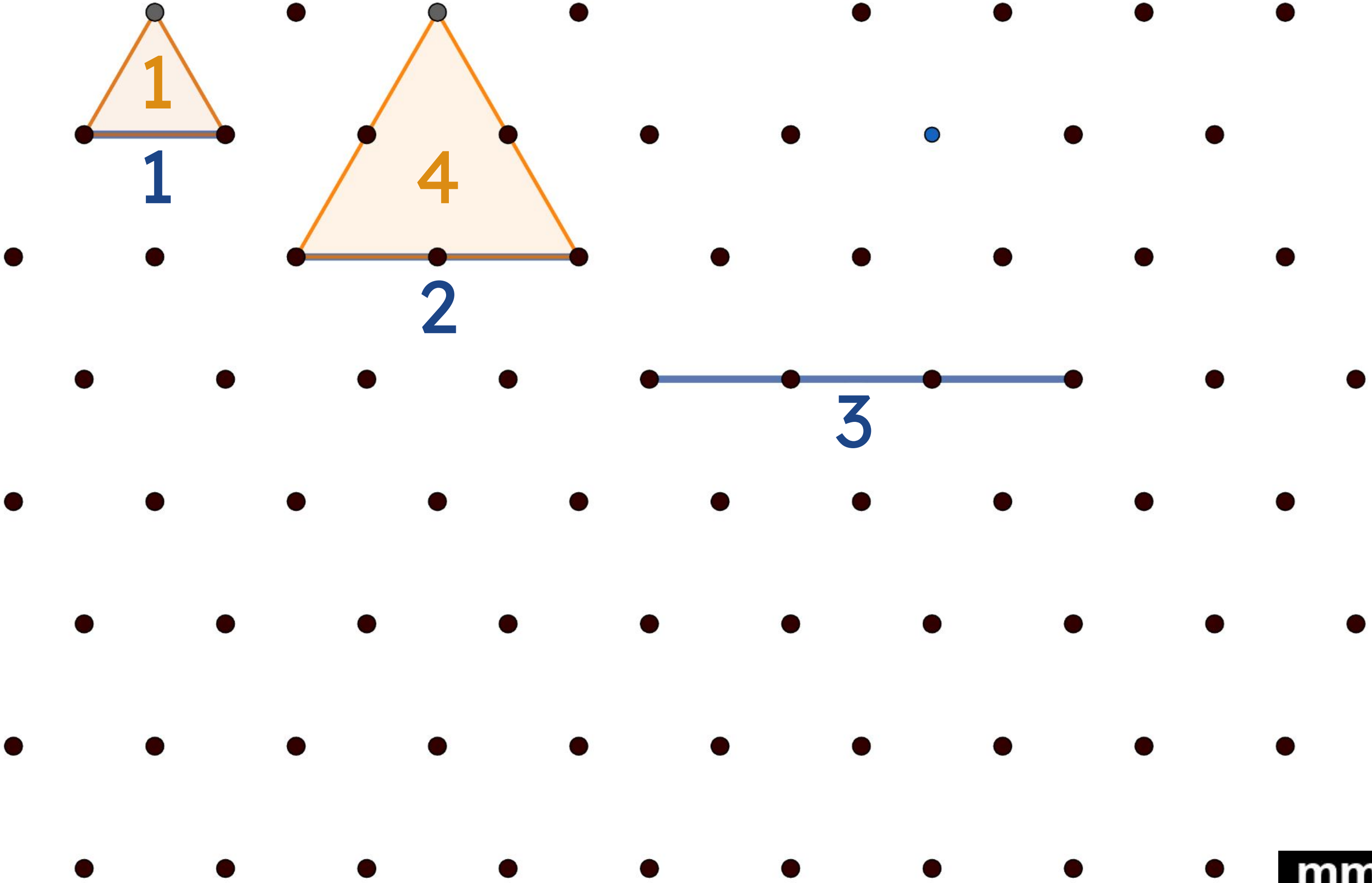


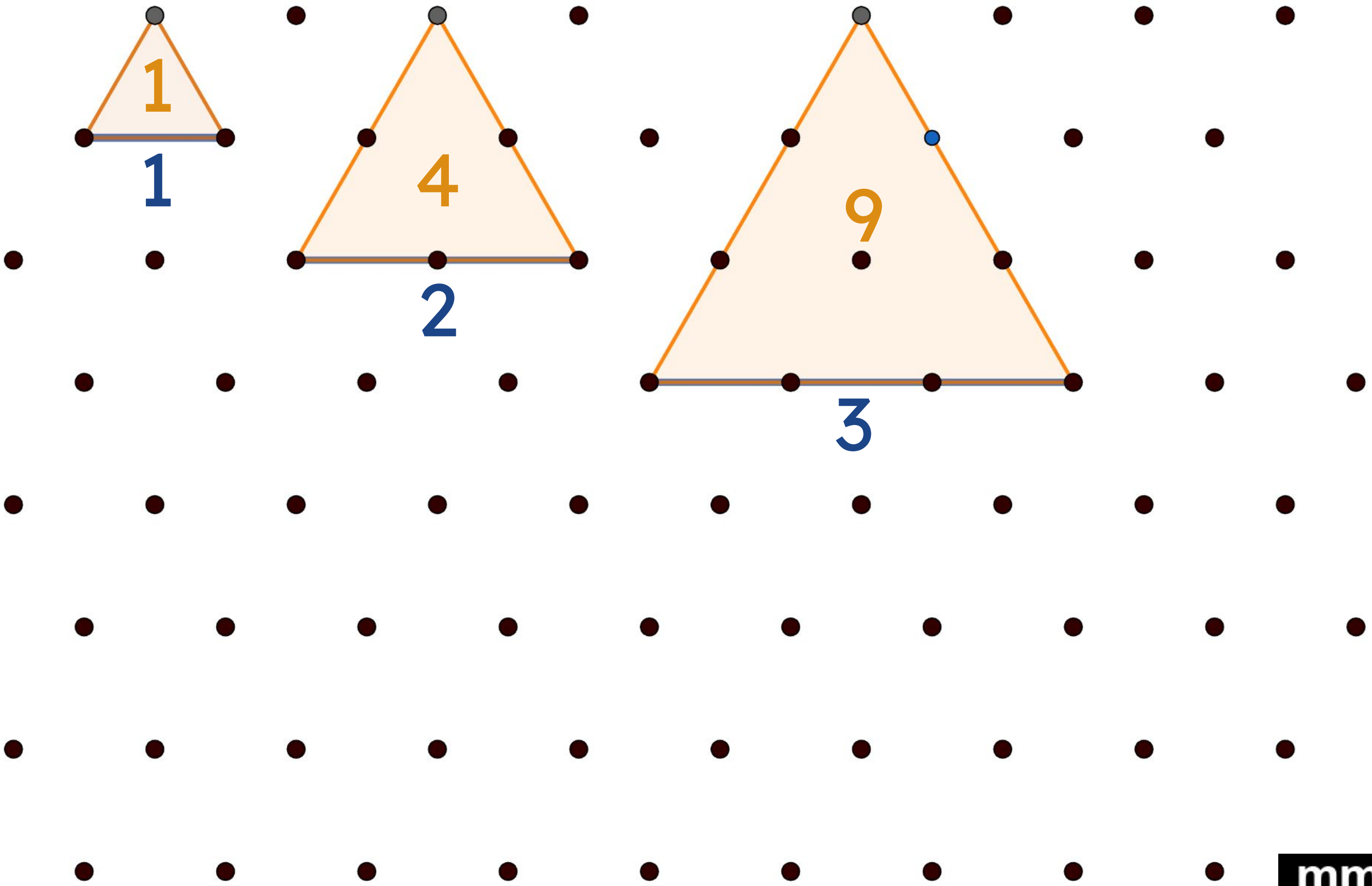
mmaca
tarragona


1
1
2

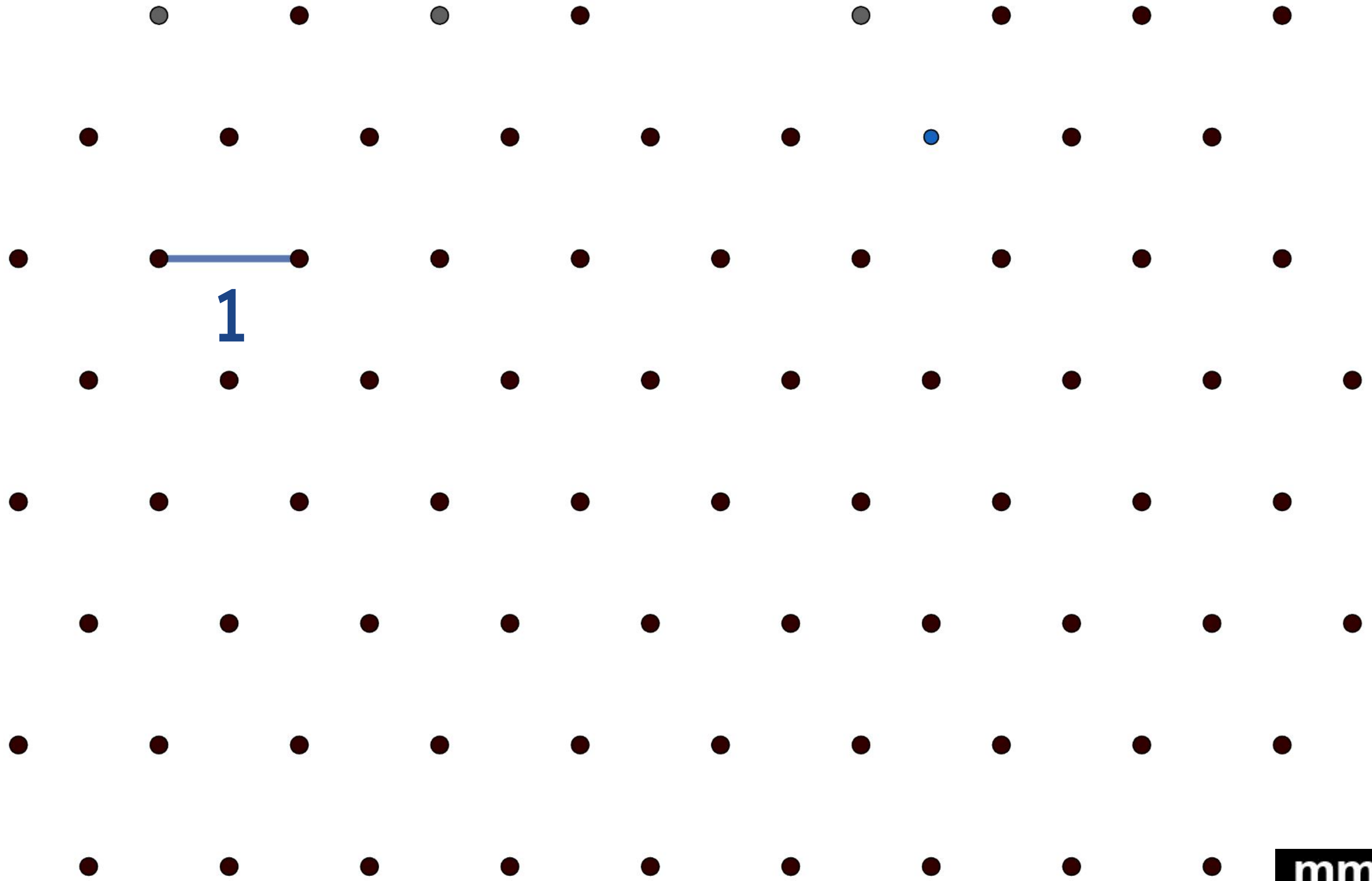


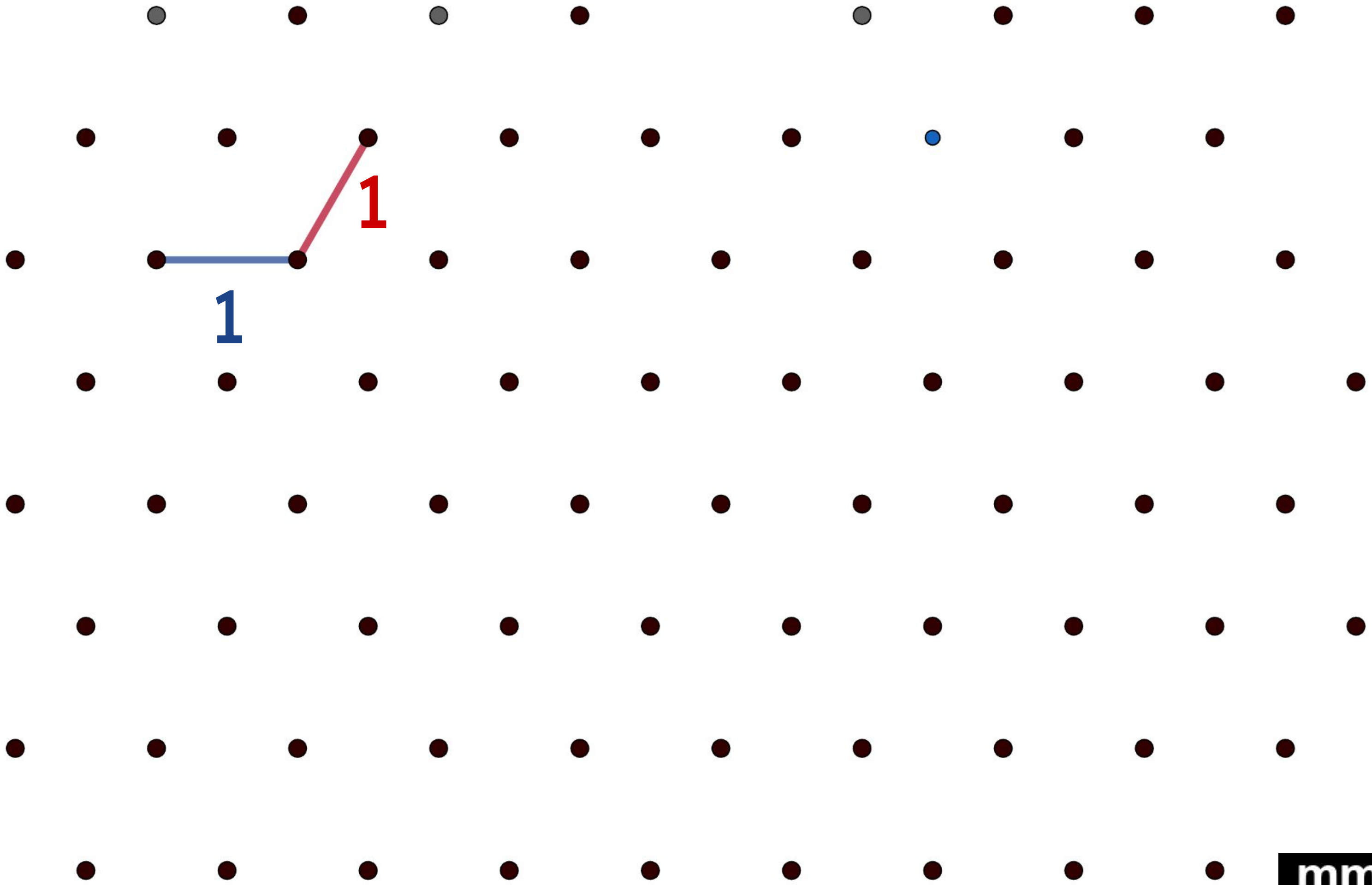
mmaca tarragona

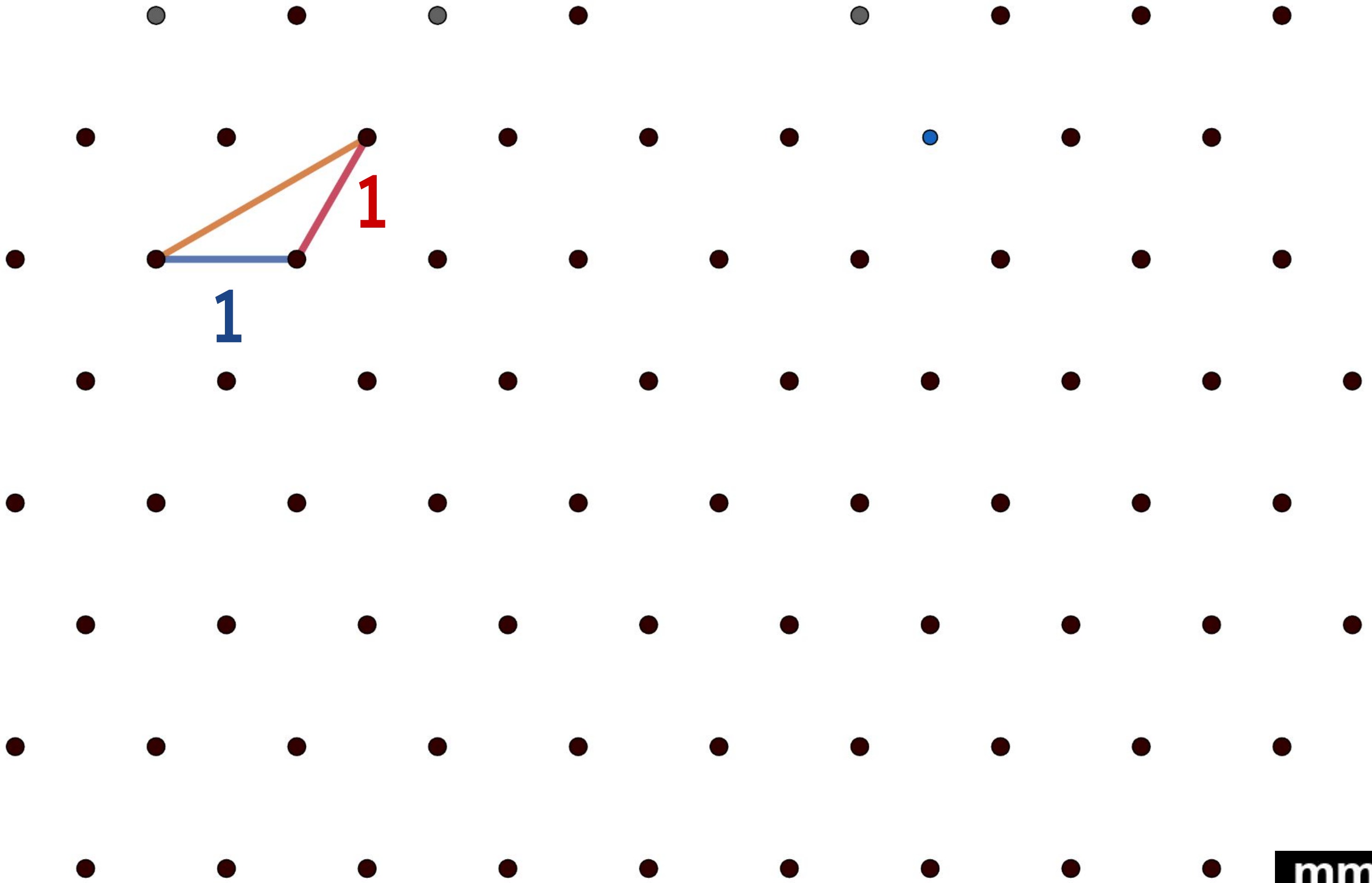

1
1
4
2
3



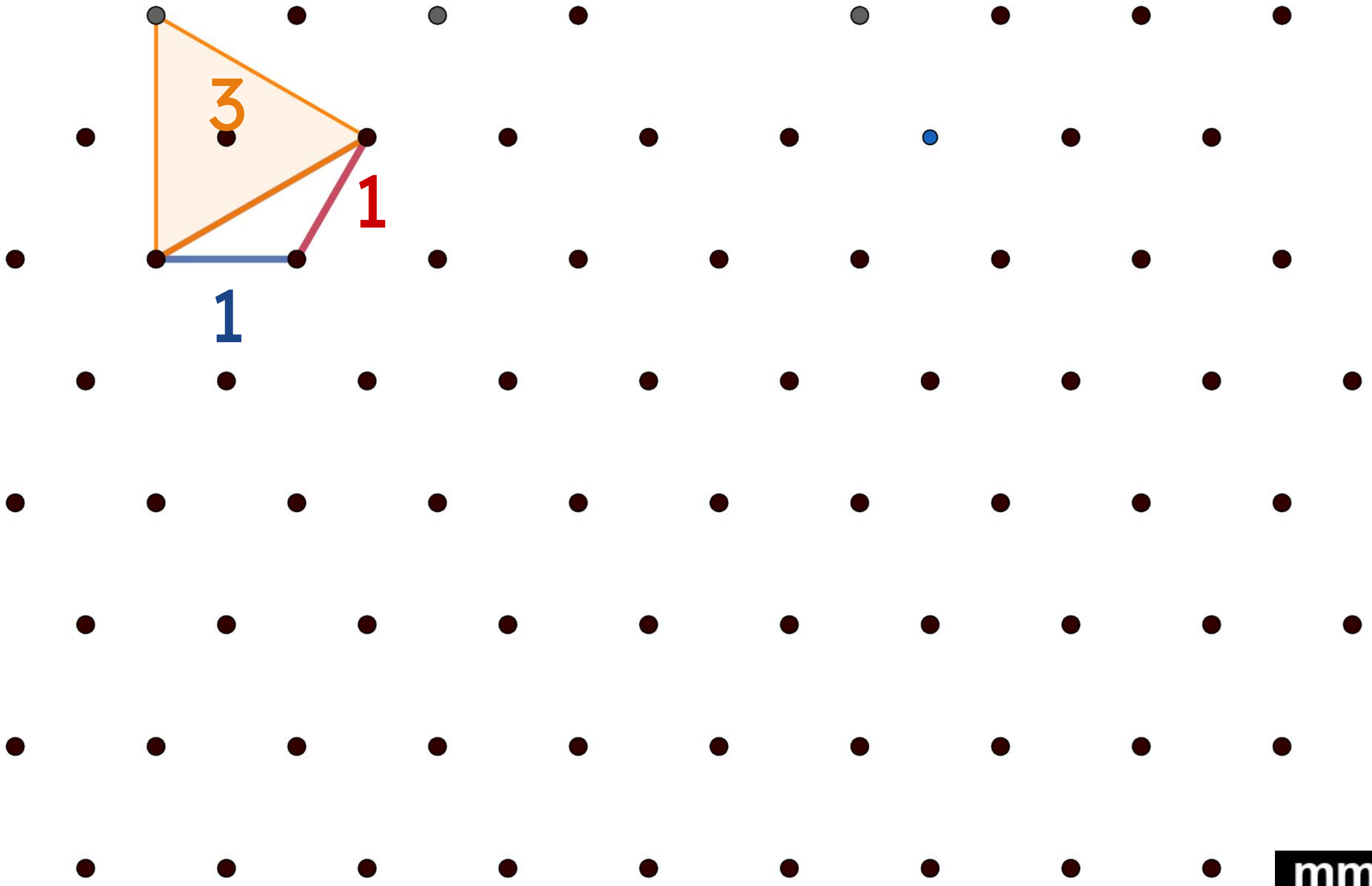
mmaca
tarragona


1

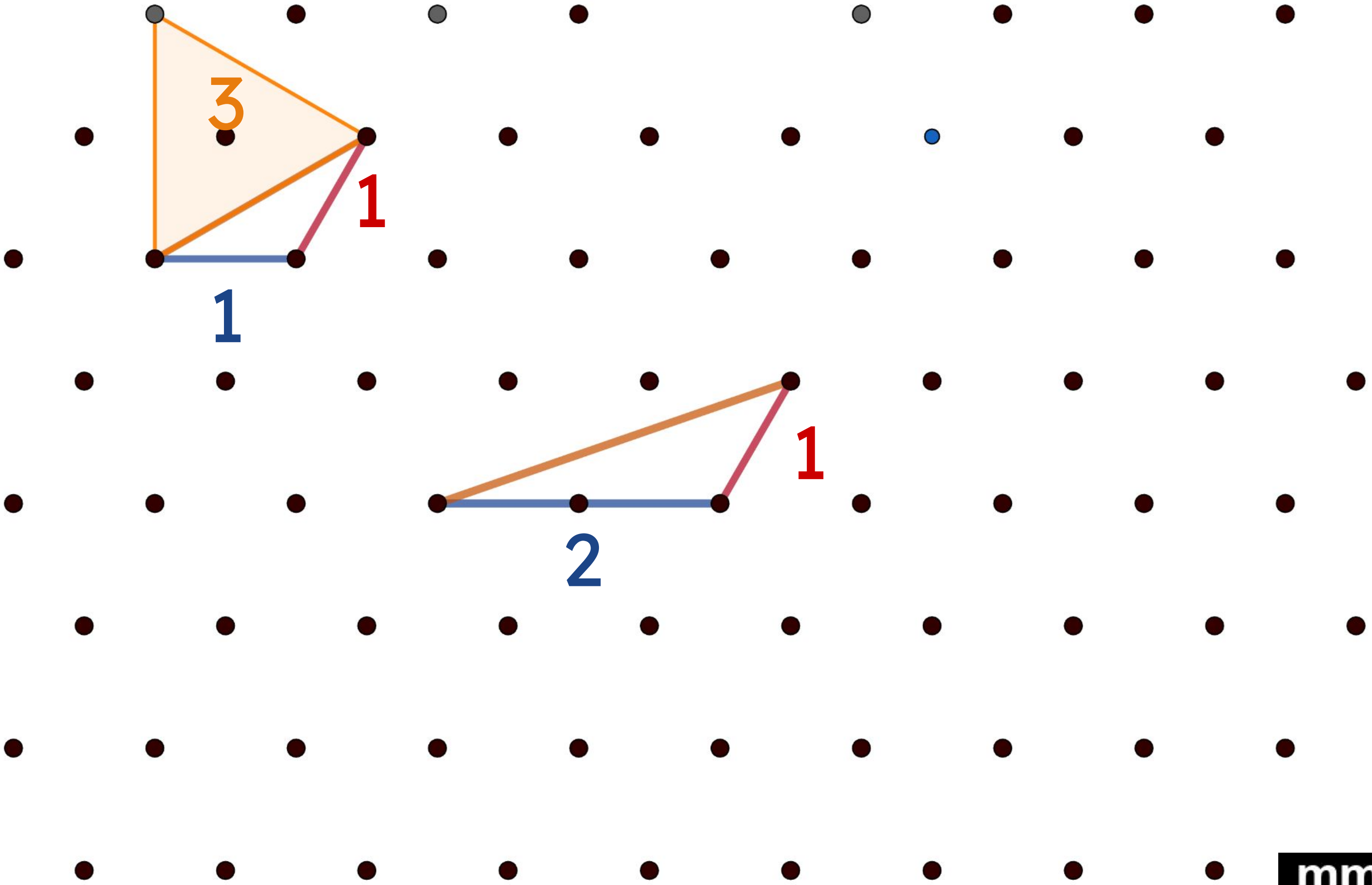

1
1



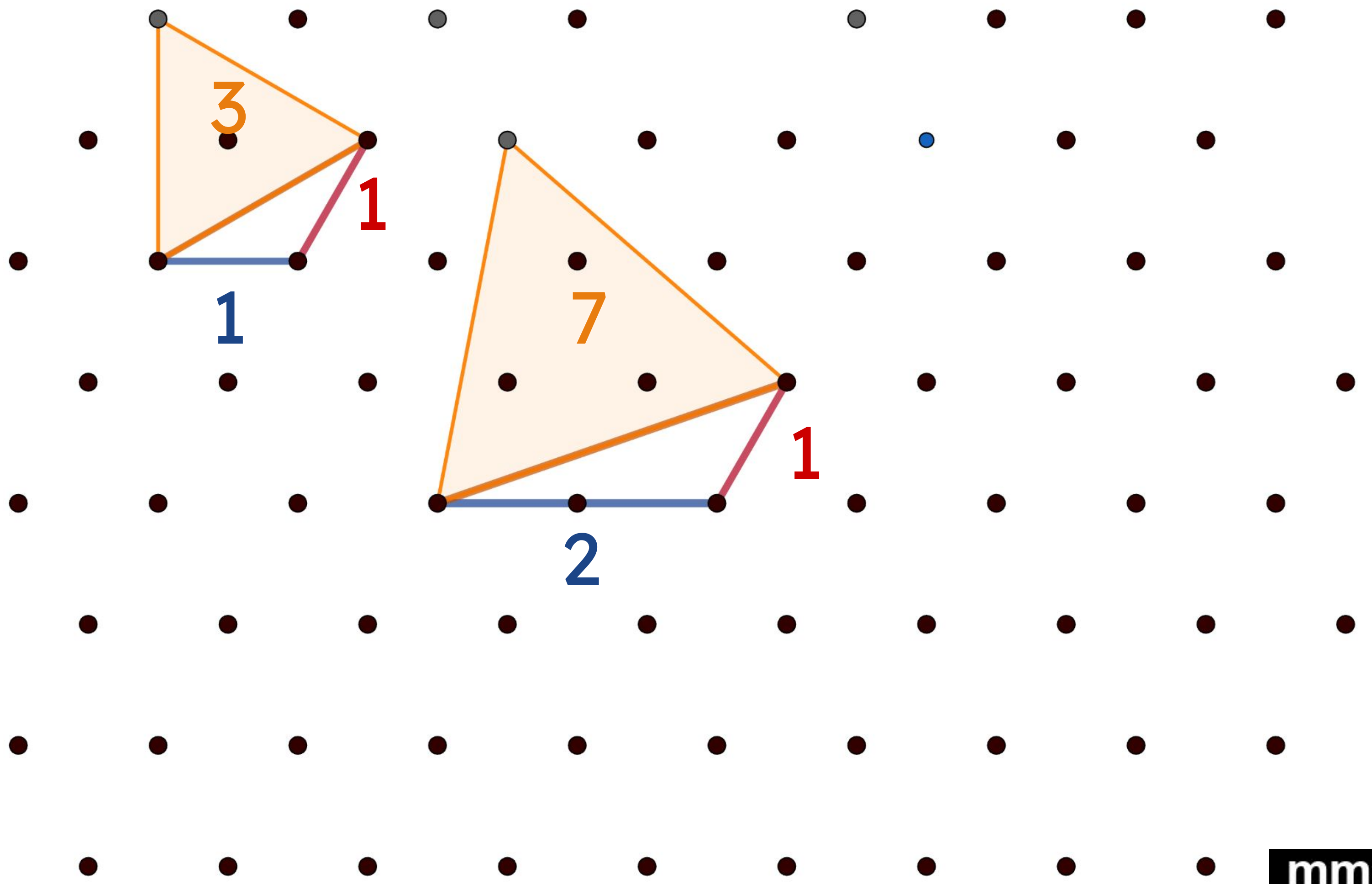
mmaca tarragona



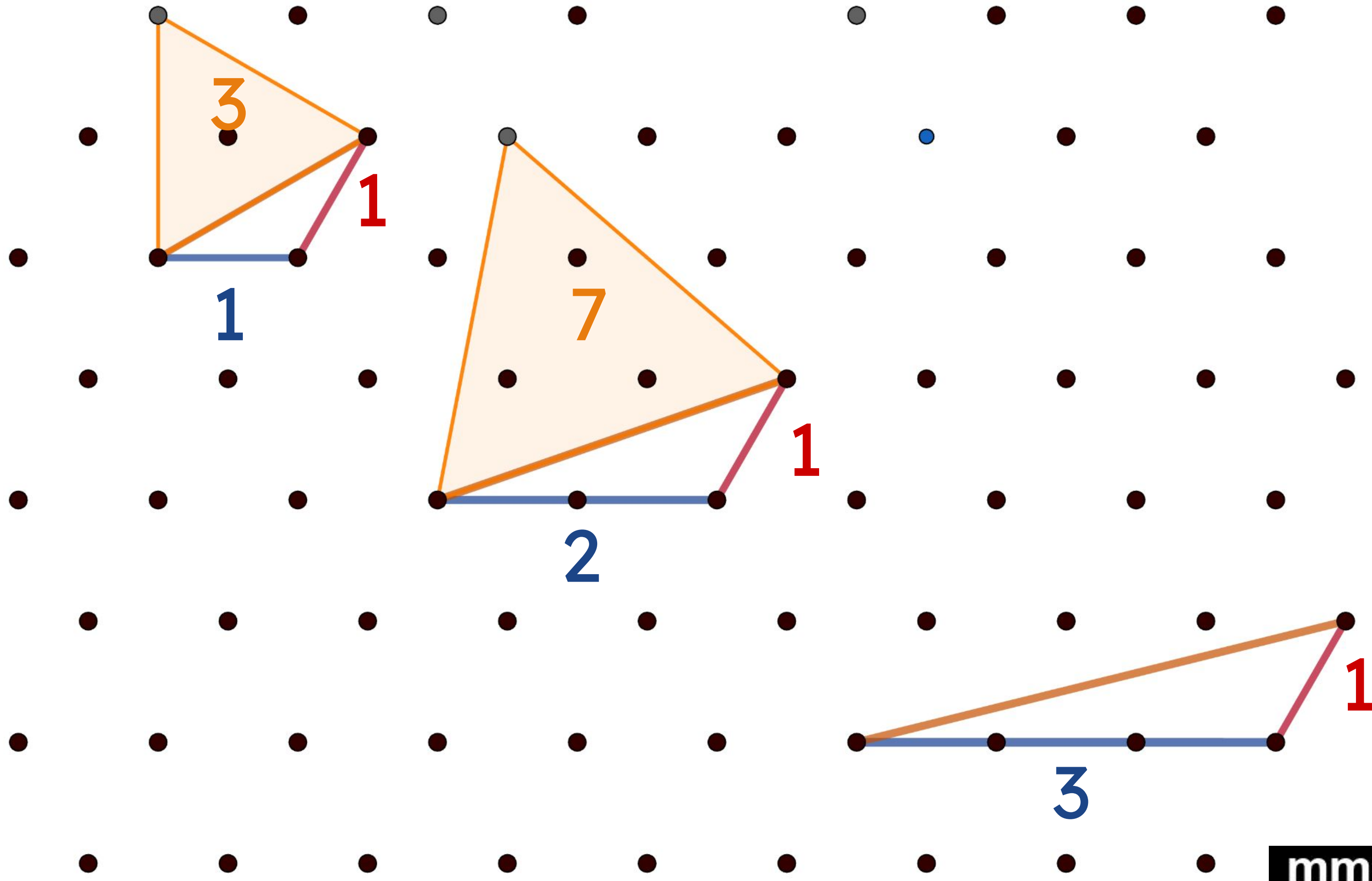
mmaca
tarragona



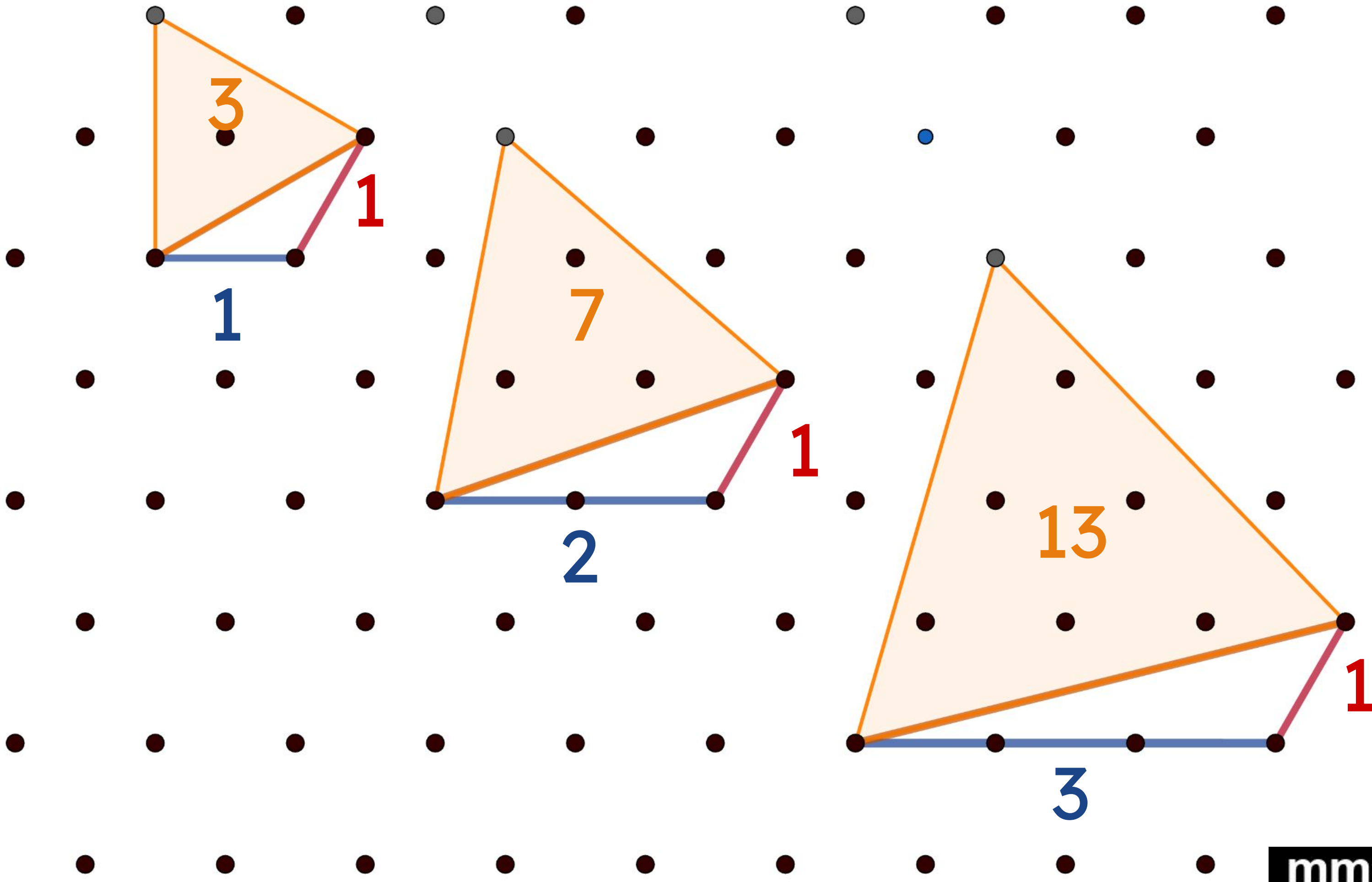
mmaca
tarragona



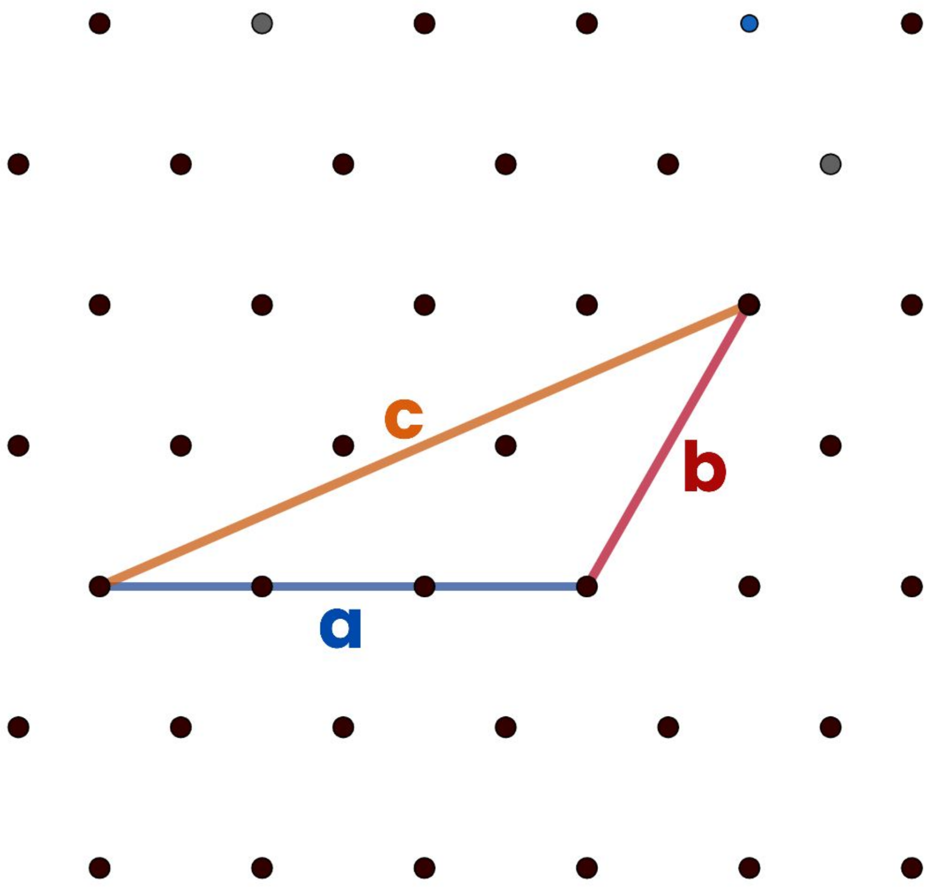
mmaca tarragona



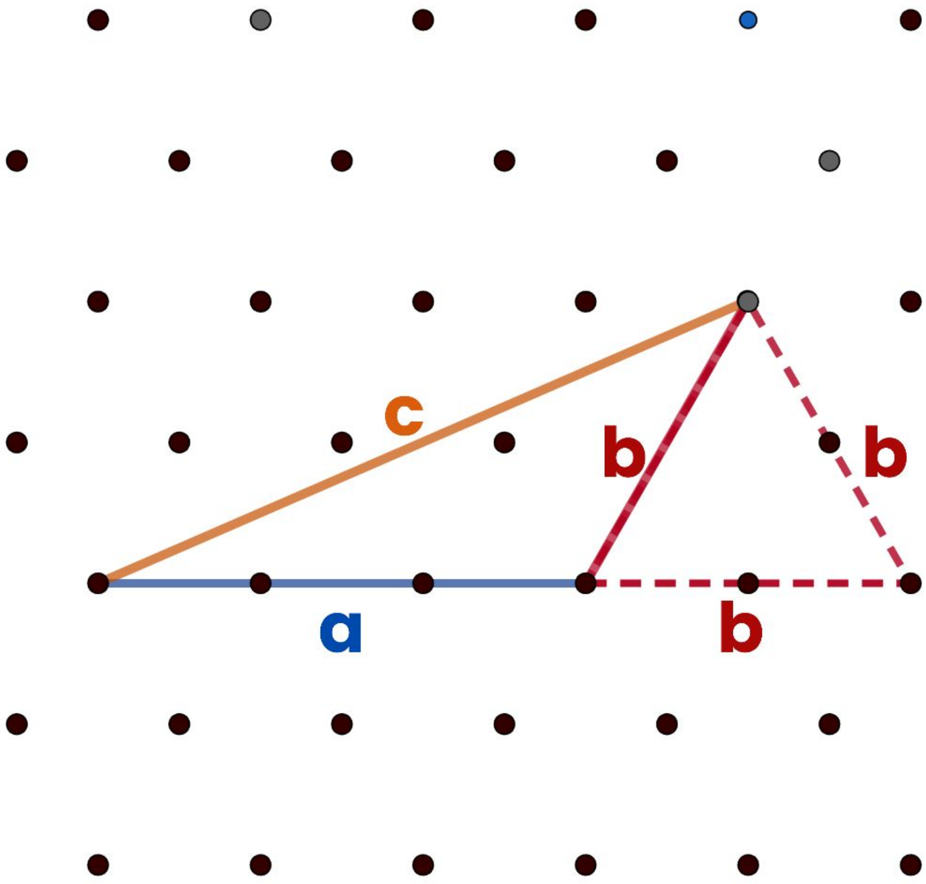
mmaca
tarragona



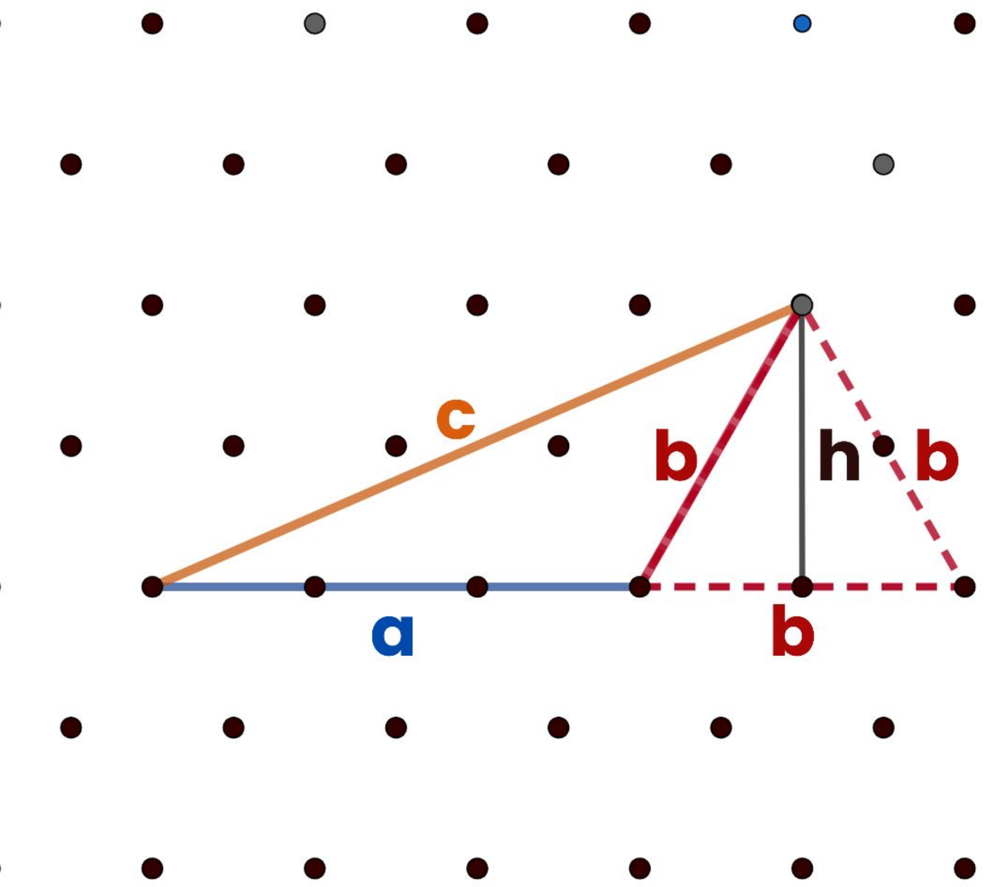
mmaca
tarragona



mmaca
tarragona

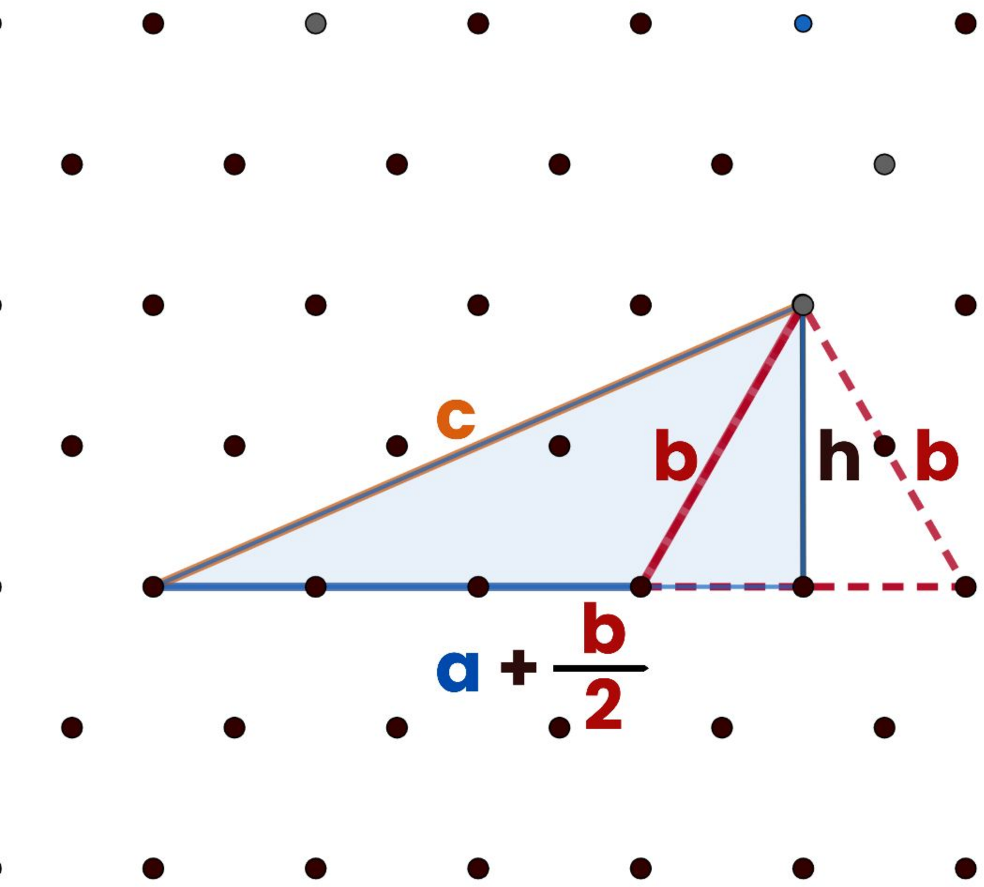


mmaca
tarragona



$$h^2 = \frac{3b^2}{4}$$

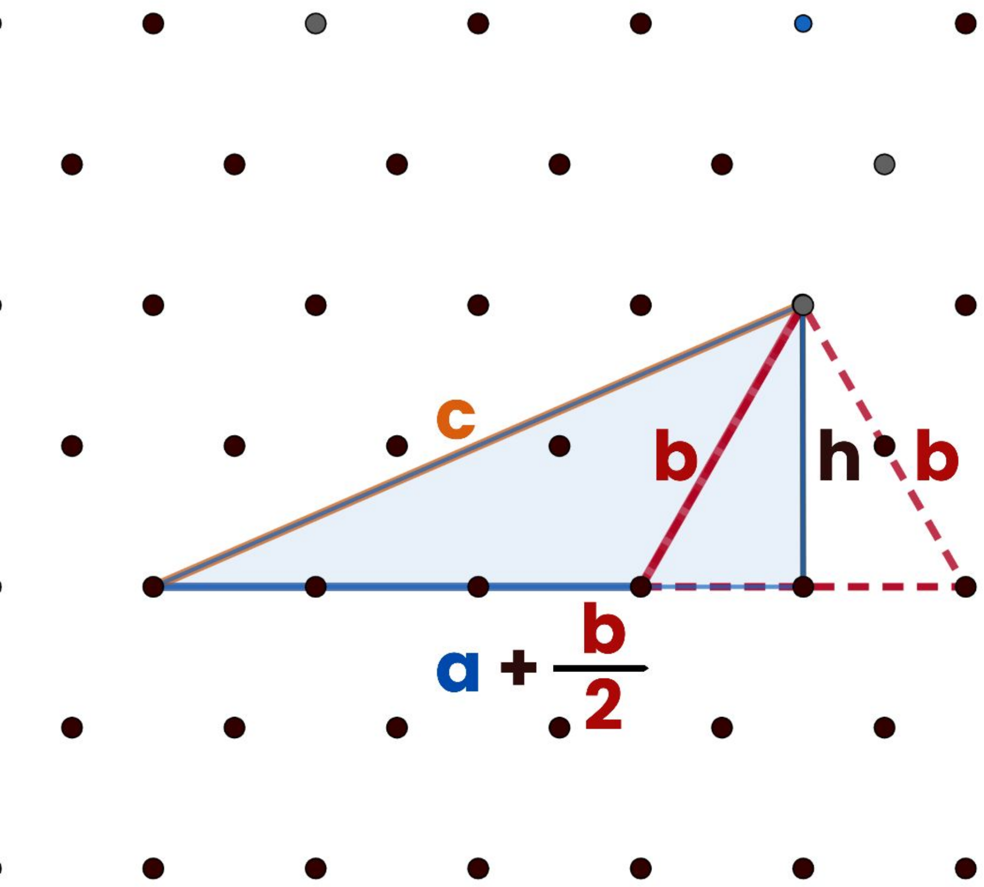
mmaca
tarragona



$$h^2 = \frac{3b^2}{4}$$

$$c^2 = h^2 + \left(a + \frac{b}{2}\right)^2$$

mmaca
tarragona



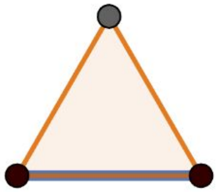
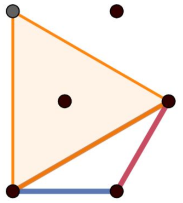
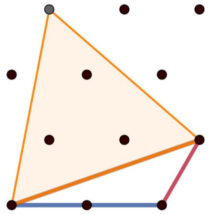
$$h^2 = \frac{3b^2}{4}$$

$$c^2 = h^2 + \left(a + \frac{b}{2}\right)^2$$

$$c^2 = \frac{3b^2}{4} + a^2 + 2a\frac{b}{2} + \frac{b^2}{4}$$

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2 + ab}$$

mmaca tarragona

a	b	Àrea	
1	0	1	
1	1	3	
2	1	7	

Què passa amb el 2?

Què passa amb el 2?

$$\boxed{a^2 + b^2 + ab}$$

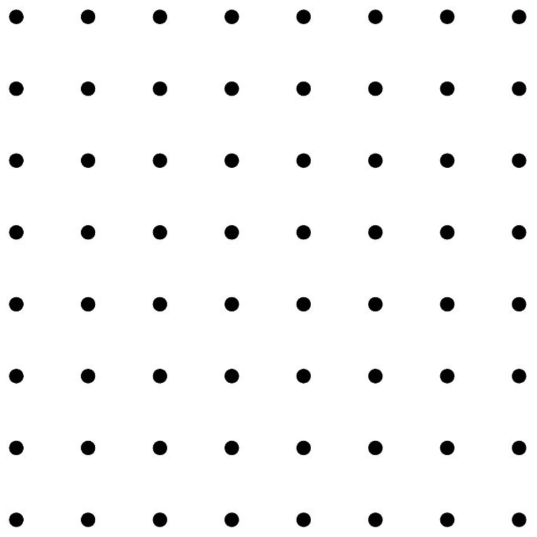
a

b

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	**0**	**1**	**4**	**9**	**16**	**25**	**36**	**49**	**64**	**81**	**100**
1		3	7	13	21	31	43	57	73	91	111
2			12	19	28	39	52	67	84	103	124
3				27	37	49	63	79	97	117	139
4					48	61	76	93	112	133	156
5						75	91	109	129	151	175
6							108	127	148	171	196
7								147	169	193	219
8									192	217	244
9										243	271
10											300

El fascinant món dels geoplans…

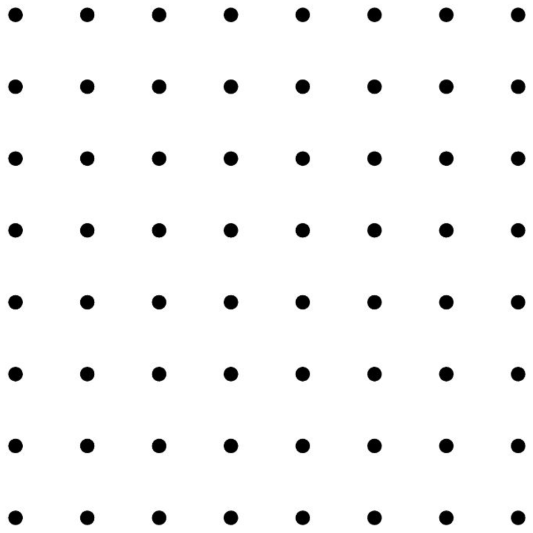
Considerem un geoplà n x n. L'objectiu és marcar tants punts dels n^2 punts de la quadrícula com sigui possible amb la condició que no es formi cap 3 en ratlla.

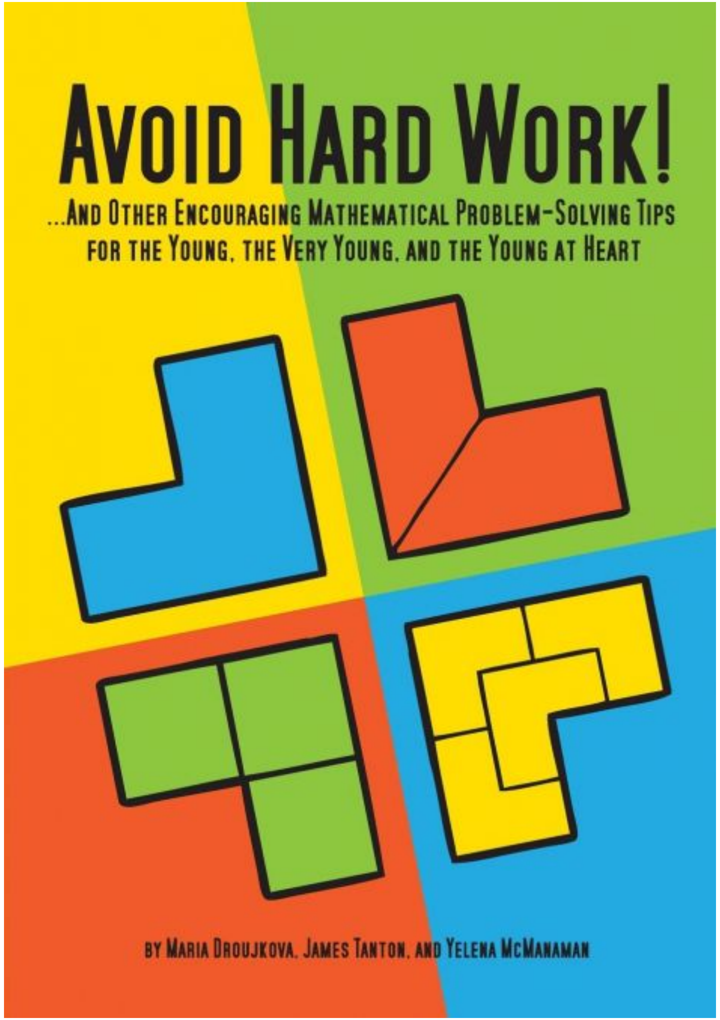


mmaca
tarragona

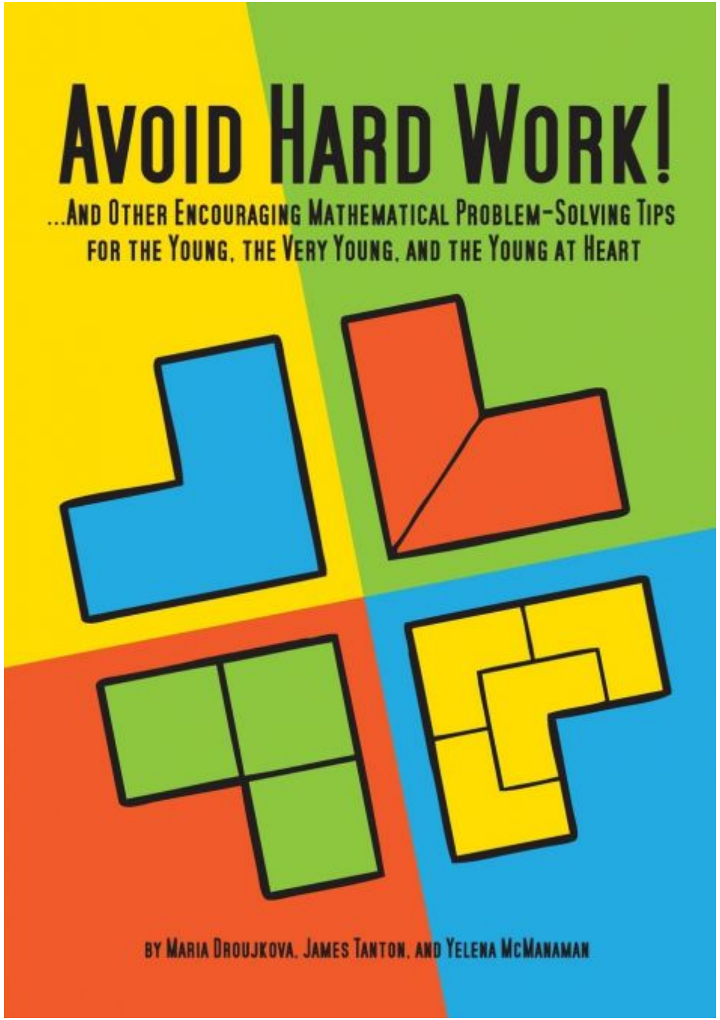
El fascinant món dels geoplans…

Problema introduït per Henry Dudeney el 1917, amb un tauler d’escacs.



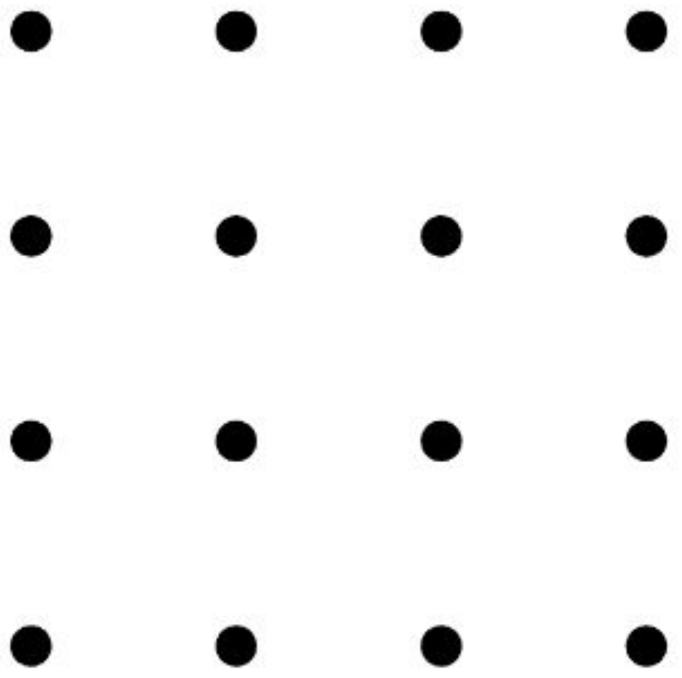


mmaca
tarragona


AVOID HARD WORK!
...AND OTHER ENCOURAGING MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING TIPS FOR THE YOUNG, THE VERY YOUNG, AND THE YOUNG AT HEART
BY MARIA DROUJKOVA, JAMES TANTON, AND YELENA MCMANAMAN

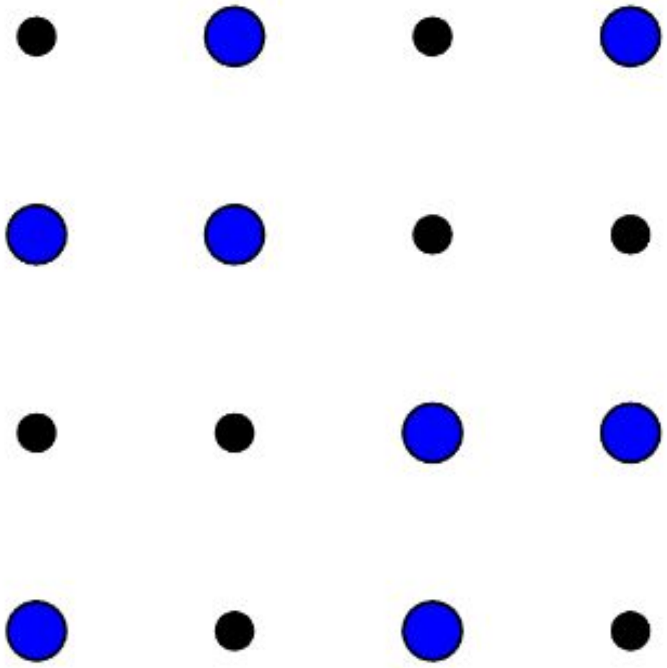
FES-LO PETIT!

El fascinant món dels geoplans…



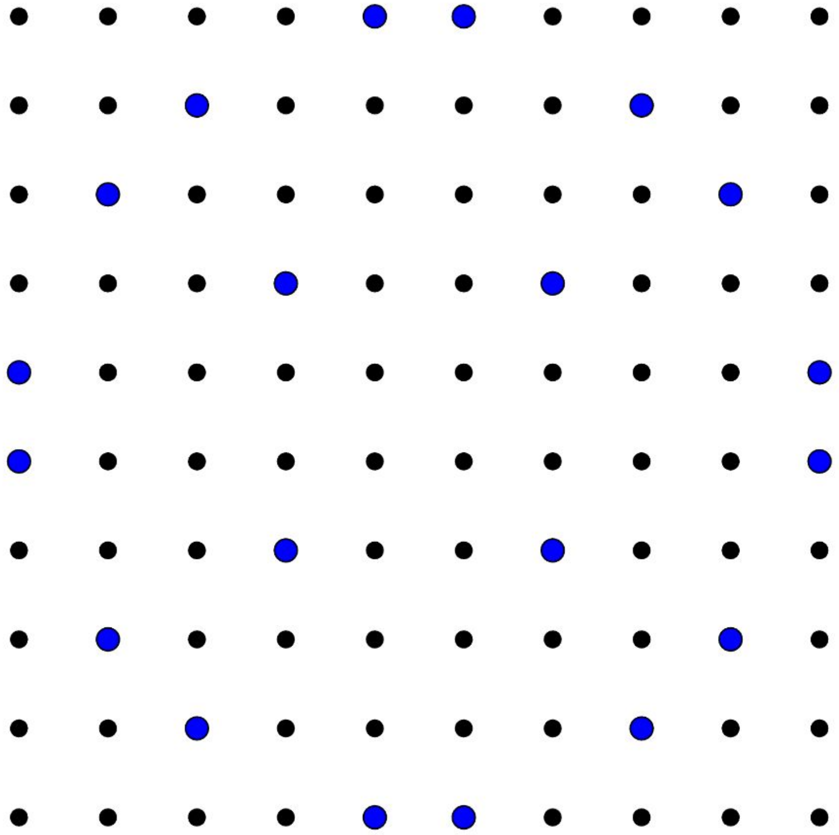
mmaca tarragona

El fascinant món dels geoplans…



mmaca
tarragona

El fascinant món dels geoplans…



mmaca
tarragona

https://apliense.xtec.cat/arc/node/29927

https://puntmat.blogspot.com/2018/05/geoplans-triangulars-i-teorema-de-pick.html

https://sites.google.com/xtec.cat/cesire-matematiques-campanyes/laboratori-de-matem%C3%A0tiques/geopl%C3%A0#h.p_odEL6o01GIvk

mmaca tarragona

Un tangram diferent.
Perímetre, àrea i Pitàgores.

A càrrec de Núria Serra

6 de novembre de 2024 a les 18h

Formulari de certificació

Document de la presentació

Guia didàctica

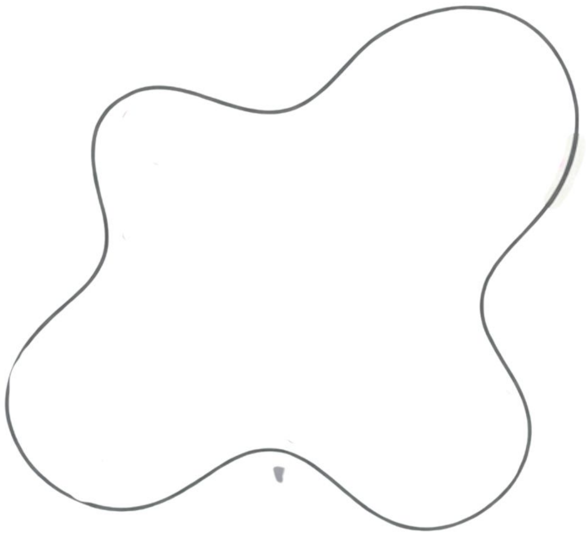
https://projectes.xtec.cat/nou-curriculum/guies-didactiques-florence-per-a-secundaria/

https://projectes.xtec.cat/nou-curriculum/orientacions-curriculars/orientacions-curriculars-de-matematiques-de-primaria/

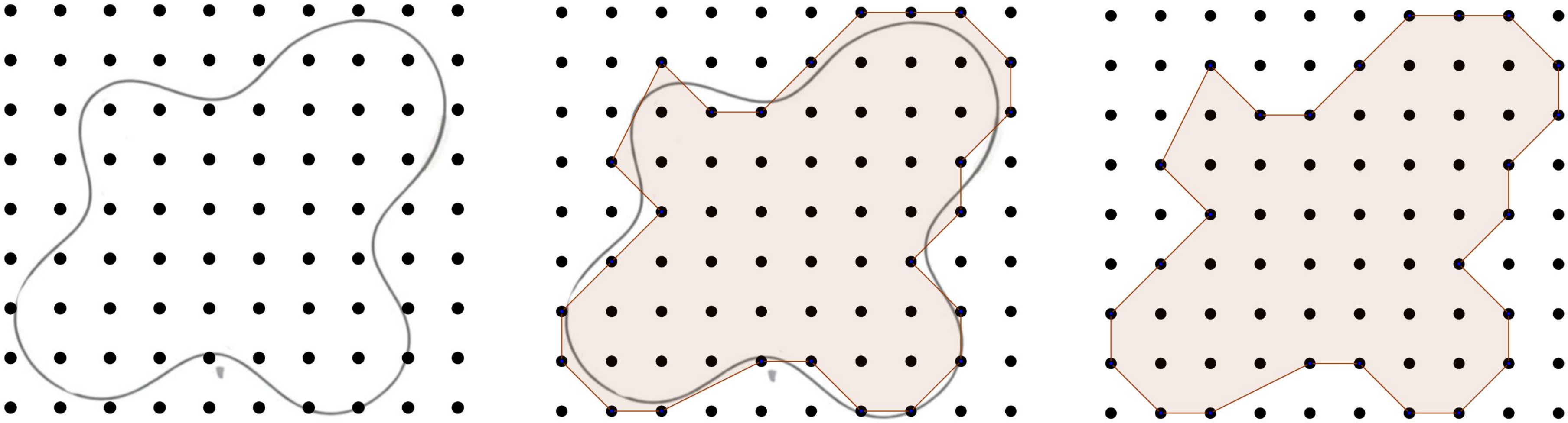
https://projectes.xtec.cat/nou-curriculum/orientacions-curriculars/orientacions-curriculars-matematiques-secundaria-eso/

mmaca tarragona

I si tinguessim una peça que no encaixa en cap graella?



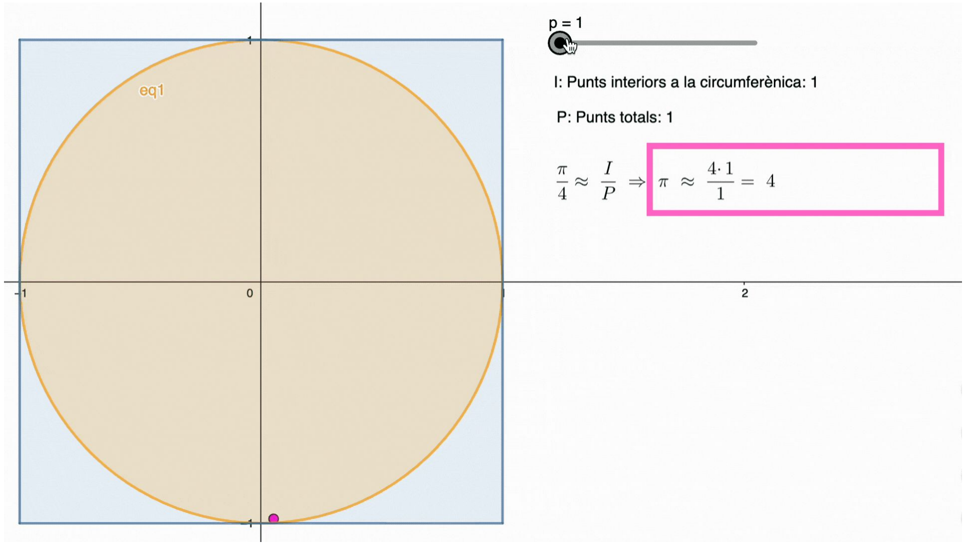
mmaca tarragona



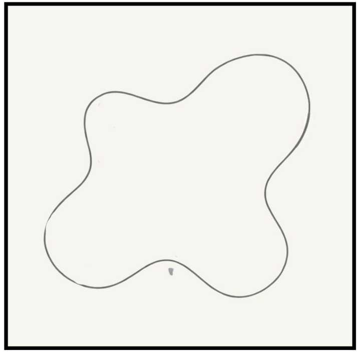
mmaca
tarragona

Mètodes de Montecarlo,

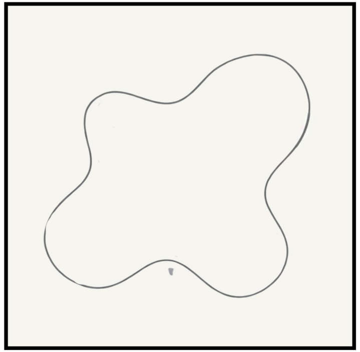
benvinguts!!!



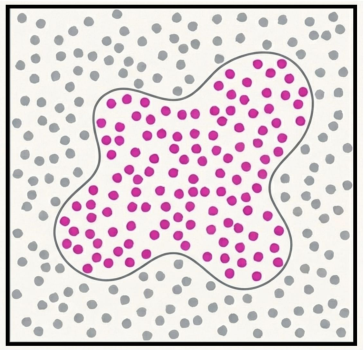
mmaca
tarragona



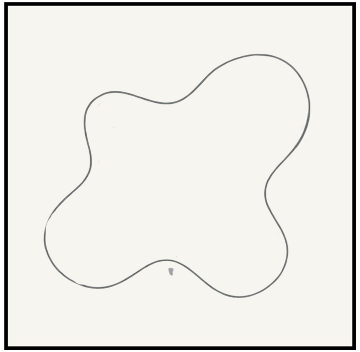
Tanquem la figura dintre un rectangle d’àrea coneguda.



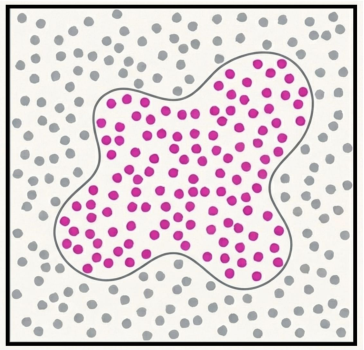
Tanquem la figura dintre un rectangle d’àrea coneguda.



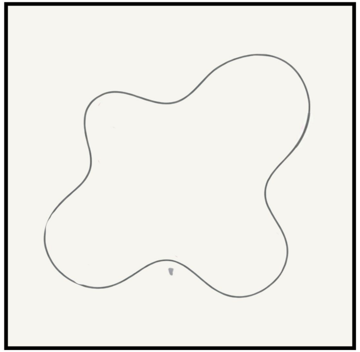
Generem punts de forma aleatòria sobre el rectangle.



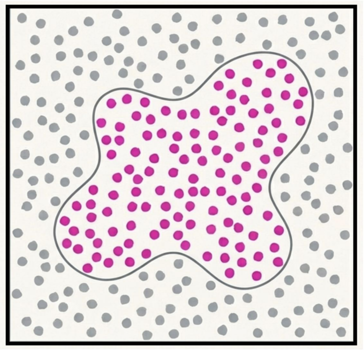
Tanquem la figura dintre un rectangle d'àrea coneguda.



Generem punts de forma aleatòria sobre el rectangle. Comptem quants han caigut dintre la figura respecte el total.

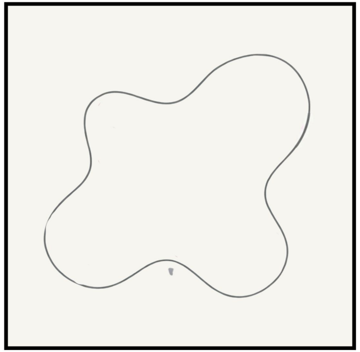


Tanquem la figura dintre un rectangle d'àrea coneguda.

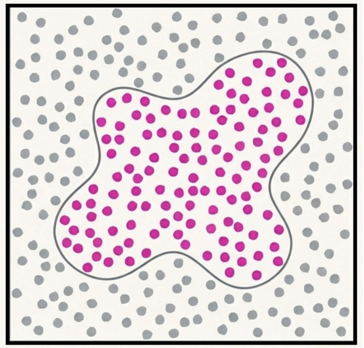


Generem punts de forma aleatòria sobre el rectangle. Comptem quants han caigut dintre la figura respecte el total.

$$\frac{\textit{Àrea de la figura}}{\textit{Àrea del rectangle}} \approx \frac{\textit{Punts sobre la figura}}{\textit{Punts totals}}$$



Tanquem la figura dintre un rectangle d’àrea coneguda.

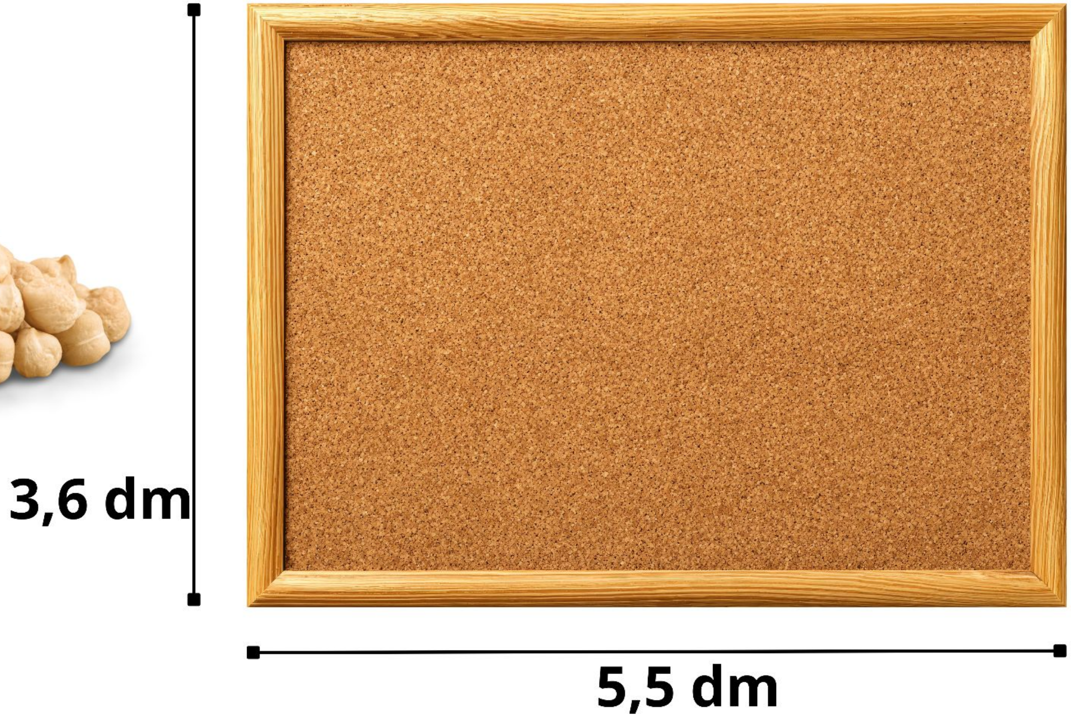


Generem punts de forma aleatòria sobre el rectangle. Comptem quants han caigut dintre la figura respecte el total.

$$\frac{\text{Àrea de la } figura}{\text{Àrea del rectangle}} \approx \frac{\text{Punts sobre la } figura}{\text{Punts totals}}$$

$$\text{Àrea de la } figura \approx \text{Àrea del rectangle} \cdot \frac{\text{Punts sobre la } figura}{\text{Punts totals}}$$

mmaca
tarragona



[Full de càlcul]

mmaca tarragona

Dins	Dins acumulat	Total		**ESTIMACIÓ**
7	7	50		2,772
8	15	100		2,97
6	21	150		2,772
9	30	200		2,97
9	39	250		3,0888
9	48	300		3,168
6	54	350		3,054857143
6	60	400		2,97
7	67	450		2,948
11	78	500		3,0888
12	90	550		3,24
5	95	600		3,135
9	104	650		3,168
11	115	700		3,252857143

Full de càlcul

mmaca tarragona

Segur que és totalment aleatori?

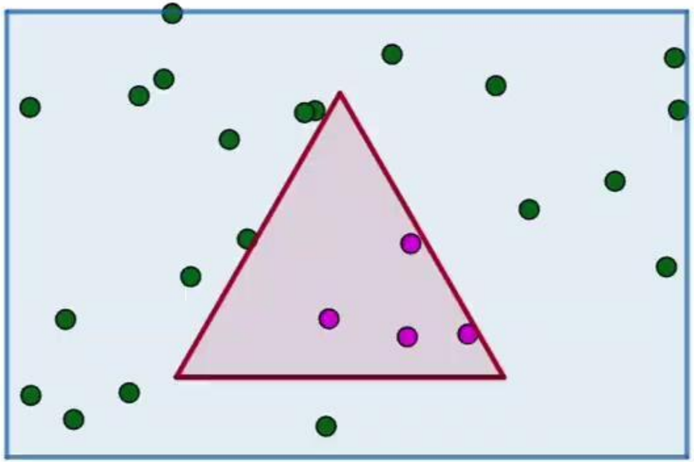
Limitacions?

25

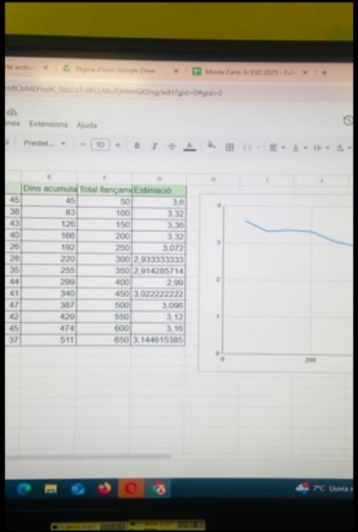
Punts totals: 25

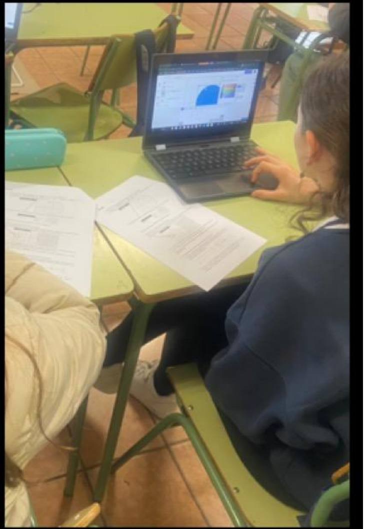
Punts interiors al triangle: 4

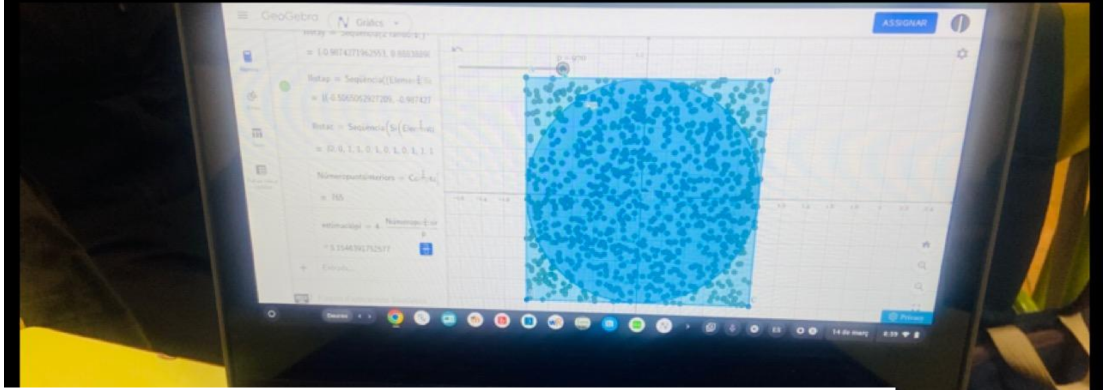
$$\text{Estimació} \approx 19.8\,\frac{4}{25} = 3.168$$



mmaca tarragona

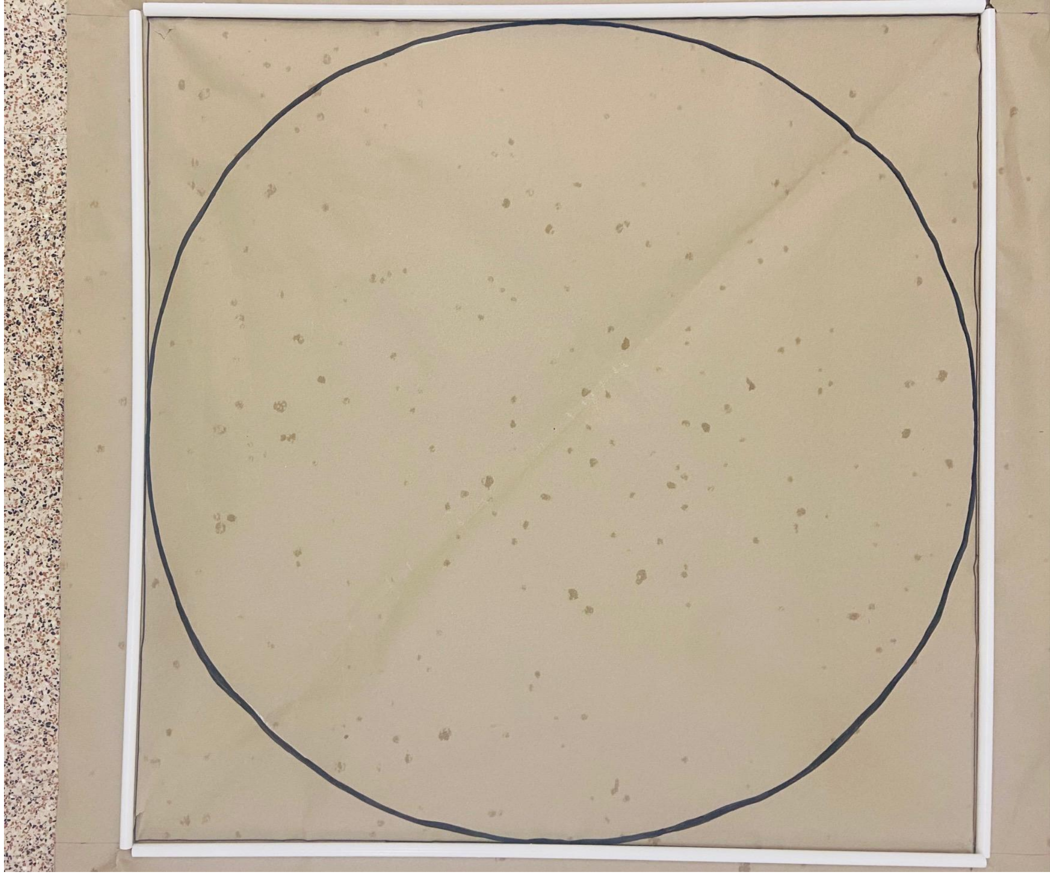


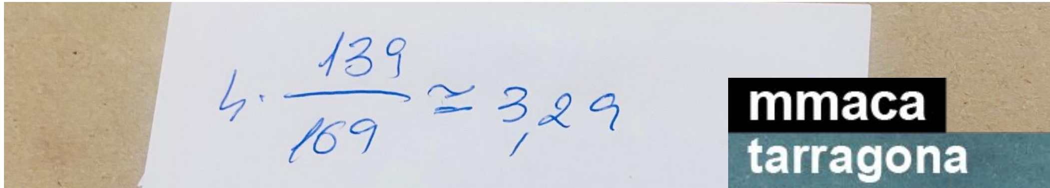




$$\pi = 4 \cdot \frac{Nombre\ de\ punts\ dintre\ la\ circumferència}{Punts\ totals}$$

mmaca
tarragona




$4 \cdot \frac{139}{169} \simeq 3,29$
mmaca
tarragona

D. Utilització de nombres aleatoris en càlculs de probabilitats. Simulacions. #ALG.PC

Per treballar el saber #4.EST.PI.D, cal tenir en compte que moltes vegades trobar un resultat d'un procés o l'avaluació d'una expressió pot resultar molt difícil perquè no tenim a l'abast els coneixements matemàtics necessaris o perquè sigui molt llarg i es pren la decisió de fer moltes simulacions aleatòries que ens poden donar una bona aproximació al resultat.

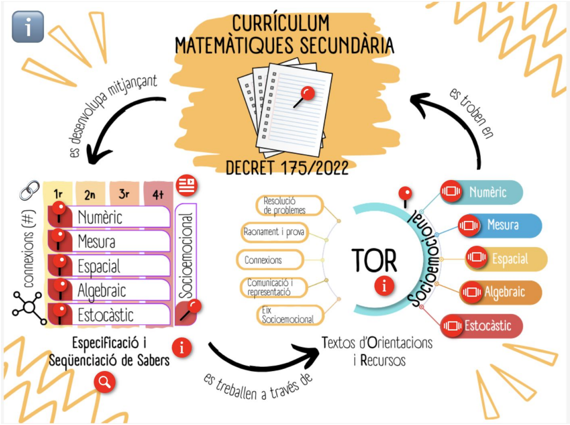
El Mètode Montecarlo | Simulacions de l'atzar | Les tres vespes

Un dels mètodes que es fa servir és el Mètode Montecarlo, ideat inicialment per John von Neumann i Stanislaw Ulam al laboratori de Los Álamos, al projecte Manhattan. Podem trobar-ne una explicació detallada al capítol Ruletas y bombas atómicas: EL MÉTODO MONTECARLO de la sèrie Derivando d'Eduardo Sáenz de Cabezón.

Una primera activitat que es podria fer a classe utilitzant aquest mètode és trobar una aproximació de π.

Dibuixem un quadrat de costat 2 unitats i hi inscrivim un cercle de radi 1 unitat. L'àrea del quadrat serà de 4 unitats quadrades i l'àrea del cercle serà de π unitats quadrades.

Ara tirarem grans d'arròs a l'atzar dintre del quadrat. Cal esperar que la proporció entre els grans d'arròs que caiguin dintre del cercle respecte dels que han caigut dintre del quadrat seguirà la proporció π

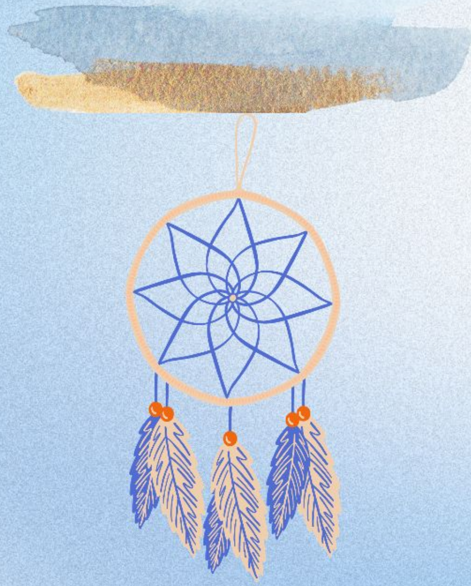


https://projectes.edigital.cat/orientacions-curriculars/mat_sec/predictibilitat_i_incertesa3.html?utm_source=chatgpt.com#exe-udlContent-block-id888-4

mmaca tarragona

mmaca
tarragona

El meu somni



Que les matemàtiques...

... tinguin sentit
... siguin més que aritmètica
... siguin alegres
... siguin significatives
... siguin creatives
... estiguin plenes de preguntes fascinants
... obrin molts camins cap a les solucions
... siguin amigables
... resolguin grans problemes i facin que el món sigui millor
... els permetin aprendre a la seva manera
... estiguin connectades a les seves vides
... els facin preguntar "per què" i no només "com"
... siguin boniques

mmaca
tarragona

Quanta matemàtica hi cap dins d'una peça?

Tanta com estiguem disposats a imaginar!

Moltes gràcies!

Núria Serra

nserra32@xtec.cat

mmaca tarragona